الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة)
المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية"
المادة: رياضيات

اختبار الفصل الأول

الموسم الدراسي: 2019/2018م
المدة: ساعتان ونصف (2سا 30د)
إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (5نقاط)

لتكن f الدالة القابلة للاشتقاق على المجال $]-\infty;+\infty[$، والدالة f' هي مشتقة الدالة f.

إليك جدول تغيرات الدالة المشتقة f' على المجال $]-\infty;+\infty[$.

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

1) ادرس إشارة $f'(x)$، استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f.

2) A نقطة من المنحنى $(\mathscr{C})$ الممثل للدالة f، حيث $A(\frac{1}{2};-1)$. اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى $(\mathscr{C})$ عند النقطة A. ماذا تمثل النقطة A؟ علّل.

3) إذا علمت أنّ $f(-\frac{1}{2})=0$ وأنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$، ادرس إشارة $f(x)$.

4) استنتج مما سبق اتّجاه تغيّر الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty;+\infty[$ بـ: $g(x)=[f(x)]^2$.

5) عيّن العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي x، فإنّ: $f(x)=(ax+b)e^{-2x+1}$.

تمرين2 (7,5نقطة)

I- لتكن الدالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-2+2\ln x$.

1) بيّن أنّ الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1,3;1,4]$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=(-2+\ln x)\ln x+x$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1) أ) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$، فسّر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

2) ادرس وضعية المنحنى $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$، مع تحديد نقاط تقاطعهما.

3) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى $(\mathscr{C})$ الموازي للمستقيم (Δ).

ب) اكتب معادلة المماس (T') للمنحنى $(\mathscr{C})$ عند النقطة التي فاصلتها $x_0=1$.

4) أ) بيّن أنّ $f(\alpha)+2=\left(\dfrac{\alpha+2}{2}\right)^2$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) ارسم (Δ)، (T) و(T')، ثم ارسم المنحني $(\mathscr{C})$ على المجال $]0;e^2]$. اعتبر $f(\alpha)\approx 0{,}85$.

ج) استعمل المنحني $(\mathscr{C})$ لتعيين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=-x+m$ حلين متمايزين.

5) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=2-f(x)$.

أ) اشرح كيفية رسم المنحني $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة h باستعمال المنحني $(\mathscr{C})$.

ب) أثبت أنّ $(\mathscr{C}')$ و $(\mathscr{C})$ متناظران بالنسبة لمستقيم يطلب كتابة معادلته. أنشئ $(\mathscr{C}')$ في المعلم السابق على $]0;e^2]$.

تمرين3 (7,5نقطة)

I- g الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x+1)e^{-x}-1$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. (نُذكّر أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n e^{-x}=0$ حيث n عدد طبيعي)

2) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) استنتج أنّ $g(x)\le 0$ من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x^2+2x+1)e^{-x+1}$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، فسّر النتيجة هندسيا، ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=(1-x^2)e^{-x+1}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}$، $f(x)-e(x+1)=e(x+1)g(x)$ ، واستنتج وضعية $(\mathscr{C})$ بالنسبة لـ (T).

3) أ) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين فاصلتيهما.

ب) ارسم المماس (T) والمنحني $(\mathscr{C})$.

4) بيّن أنّ الدالة f هي حل للمعادلة التفاضلية التالية: $y''+2y'+y=2e^{-x+1}$.

5) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=(ex+e)^2e^{-|x+1|}$.

أ) أثبت أنّ المستقيم ذي المعادلة $x=-1$ محور تناظر للمنحني $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة h.

ب) أثبت أنّ $h(x)=f(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

ج) اشرح كيفية إنشاء المنحني $(\mathscr{C}')$ ، ثم ارسمه في المعلم السابق.