التمرين الأول:

1) -2 جذر لـ $P(x)$ معناه: $P(-2)=0$

أي: $3(-2)^3-2(-2)^2+(\beta-13)(-2)+\beta=0$

$-6-\beta=0$

$\boxed{\beta=-6}$

2) $P(x)=3x^3-2x^2-19x-6$

3) أ) $P(x)=(x+2)(ax^2+bx+c)$

$P(x)=ax^3+(b+2a)x^2+(c+2b)x+2c$

بالطابقة نجد:

$\begin{cases} a=3 \\ b+2a=-2 \\ c+2b=-19 \\ 2c=-6 \end{cases}$ أي: $\begin{cases} a=3 \\ b=-8 \\ c=-3 \end{cases}$

$\boxed{P(x)=(x+2)(3x^2-8x-3)}$ ومنه

ب) $P(x)=0$

$(x+2)(3x^2-8x+3)=0$

$x+2=0$ أو $3x^2-8x-3=0$

$x=-2$ ، $\Delta=100$

$x_1=\frac{-1}{3}$ ، $x_2=3$

$\boxed{S=\left\{-2;-\frac{1}{3};3\right\}}$ ومنه:

ج)

x	$-\infty$	-2	$-\frac{1}{3}$	3	$+\infty$
$x+2$	$-$	0 $+$	$+$	$+$	
$3x^2-8x-3$	$+$	$+$	0 $-$	0 $+$	
$P(x)$	$-$	0 $+$	0 $-$	0 $+$	

$x\in]-\infty;-2[\cup]-\frac{1}{3};3[$: معناه $P(x)<0$

3) $P(2-\sqrt{x})=0$

معناه $2-\sqrt{x}\in\left\{-2,-\frac{1}{3},3\right\}$ و $x\geq 0$

$2-\sqrt{x}=-2$ ، $\sqrt{x}=4$ ، $x=16$ أي

$2-\sqrt{x}=-\frac{1}{3}$ ، $\sqrt{x}=\frac{7}{3}$ ، $x=\frac{49}{9}$ أي

$2-\sqrt{x}=3$ ، $\sqrt{x}=-1$ مرفوضة.

ومنه $\boxed{S=\left\{16,\frac{49}{9}\right\}}$

التمرين الثاني:

$f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x^2+1}$

1) لدينا: $\begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=3 \\ f'(1)=0 \end{cases}$

$f(0)=\frac{a(0)^2+b(0)+c}{0^2+1}=c=1$

$\boxed{c=1}$ ومنه

$f(1)=\frac{a(1)^2+b(1)+c}{1^2+1}=\frac{a+b+c}{2}=3$

ومنه $\boxed{a+b=5}$ و $a+b+1=6$ أي

2) f قابلة للاشتقاق على المجال $[-3,3]$

$f'(x)=\frac{(2ax+b)(x^2+1)-(ax^2+bx+c)(2x)}{(x^2+1)^2}$

$f'(x)=\frac{2ax^3+2ax+bx^2+b-2ax^3-2bx^2-2cx}{(x^2+1)^2}$

$f'(x)=\frac{-bx^2+2a-2c)x+b}{(x^2+1)^2}$

$f'(1)=\frac{-b+2a-2c+b}{4}=0$

$a=c$ أي $2a-2c=0$ ومنه

$\boxed{b=4}$ و $a+b=5$

مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ECOLE PRIVEE

$$f(x)=\frac{x^2+4x+1}{x^2+1}$$ (II

(1 f قابلة للاشتقاق على $[-3,3]$

$$f'(x)=\frac{(2x+4)(x^2+1)-(x^2+4x+1)(2x)}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^3+2x+4x^2+4-2x^3-8x^2-4x}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{-4x^2+4}{(x^2+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{-4(x^2-1)}{(x^2+1)^2}$$

* ملاحظة: يمكن تعويض a و b و c في عبارة $f'(x)$ الحصول عليها في السؤال I.

(2 دراسة إشارة $f'(x)$: $(x^2+1)^2>0$

x	-3		-1		1		3
-4		$-$		$-$		$-$	
x^2-1		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

f' سالبة على المجالين $[-3,-1]$ و $[1,3]$ لذلك f متناقصة عليهما.

f' موجبة على المجال $[-1,1]$ لذلك f متزايدة عليه.

x	-3		-1		1		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$2,2$	↘	-1	↗	3	↘	$2,2$

(3 $f'(x)=4$ إذا كان $\frac{-4(x^2-1)}{(x^2+1)^2}=4$

لدينا $(x^2+1)^2=x^4+2x^2+1$ و $-x^2+1$

أي $x^4+3x^2=0$

$x^2(x^2+3)=0$

$x^2=0$

$x=0$ ومنه

$(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$

$(T): y=4x+1$

(4 $f(x)-y=\frac{x^2+4x+1}{x^2+1}-4x-1$

$=\frac{x^2+4x+1-4x^3-4x-x^2-1}{x^2+1}$

$=\frac{-4x^3}{x^2+1}$

x	-3		0		3
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	
الوضعية	(C_f) فوق (T)		(C_f) يقطع (T)		(C_f) تحت (T)

(5 لدينا من أجل $x\in[-3,3]$ فإن $-x\in[-3,3]$

* نتحقق أن: $f(-x)+f(x)=2$

$$f(-x)+f(x)=\frac{(-x)^2+4(-x)+1}{(-x)^2+1}+\frac{x^2+4x+1}{x^2+1}$$

$$=\frac{x^2-4x+1+x^2+4x+1}{x^2+1}$$

$$=\frac{2x^2+2}{x^2+1}=\frac{2(x^2+1)}{x^2+1}=2$$

(C_f) يقبل مركز تناظر النقطة $A(0,1)$ ومنه

(6 $f(-1)=-1$ ، $f(-3)=-0,2$

لدينا $f(-x)+f(x)=2$

من أجل $x=3$ $f(-3)+f(3)=2$

$f(3)=2-f(-3)$

$f(3)=2+0,2=2,2$

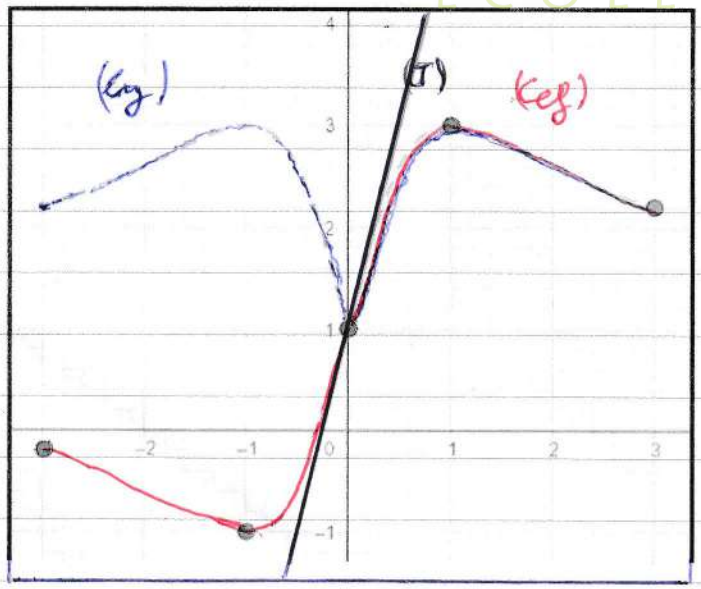
من أجل $x=1$

$f(-1)+f(1)=2$

$f(1)=2-f(-1)$

$f(1)=2+1=3$

(7 جدول التغيرات:



مدرسة الرجاء والتفوق الخاصة
Ecole Erradia wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

III) 1) تبيان أن g زوجية :

ليكن من أجل $x \in [-3,3]$ فإن $-x \in [-3,3]$

$g(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = g(x)$

لأن $|-x| = |x|$

ومنه g دالة زوجية.

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & 3 \geq x \geq 0 \text{ لما} \\ f(-x) & 0 > x \geq -3 \text{ لما} \end{cases}$$

2)

$g(x) = m$ تقبل حلول :

$m \in]-\infty; 1[\cup]3; +\infty[$

التمرين الثالث :

1) نعلم أن : $\sum_{i=1}^{6} P(X_i) = 1$

أي : $0,1 + 0,2 + 0,25 + a + 0,05 + 0,15 = 1$

ومنه : $0,75 + a = 1$

نجد $a = 0,25$

2) أ) الأمل الرياضياتي :

$E(X) = \sum_{i=1}^{6} X_i P(X_i)$

$E(X) = (-2)(0,1) + (-1)(0,2) + 0(0,25) + 1(0,25) + 2(0,05) + 3(0,15)$

$E(X) = 0,4$

ب) حساب التباين :

$V(X) = E(X_i^2) - [E(X_i)]^2$

$= (-2)^2(0,1) + (-1)^2(0,2) + 0^2(0,25) + 1^2(0,25) + 2^2(0,05) + 3^2(0,15) - (0,4)^2$

$V(X) = 2,24$

حساب الانحراف المعياري :

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)} = \sqrt{2,24} = 1,5$

3) حساب $P(X \geq 2)$:

$P(X \geq 2) = P(X=2) + P(X=3)$

$= 0,05 + 0,15$

$= 0,2$

حساب $P(X^2 \leq 1)$

$P(X^2 \leq 1) = P(-1 \leq X \leq 1)$

$= P(-1) + P(0) + P(1)$

$= 0,2 + 0,25 + 0,25$

$= 0,7$

انتهى !

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE