

اختبار

الفصل الأول

تمرين 1 (9 نقاط)

I- الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} بـ: $g(x) = (2-x)e^x - 1$.

(1) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

(2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في \mathbb{R} حلان α و β حيث: $-1,2 < \alpha < -1,1$ و $1,8 < \beta < 1,9$.

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathbb{R} .

II- الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} بـ: $f(x) = (3-x)e^x - x - 1$.

ليكن (\mathcal{C}) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّ المنحني (\mathcal{C}) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y = -x - 1$ عند $-\infty$.

ج) ادرس وضعية المنحني (\mathcal{C}) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) مع تحديد نقطة تقاطعهما.

(2) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} ، $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

ب) بيّن أنّ المنحني (\mathcal{C}) يقبل مماسا (Δ') يشمل النقطة $A(-\frac{3}{2}; \frac{1}{2})$ ويعامد المستقيم (Δ) . اكتب معادلة (Δ') .

ج) بيّن أنّ المنحني (\mathcal{C}) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

(3) أ) بيّن أنّ $f(\alpha) = \frac{(1-\alpha)^2}{2-\alpha}$ ، ثم استنتج حصر لكل من $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

ب) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا γ حيث: $2,7 < \gamma < 2,8$.

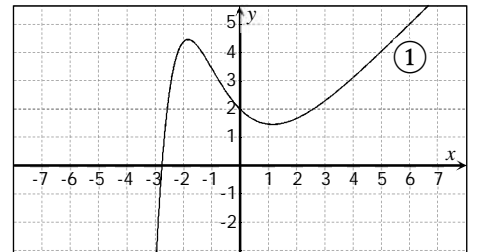
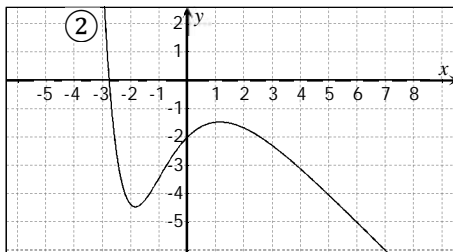
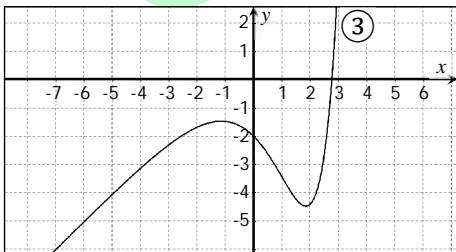
ج) ارسم (Δ) ، (Δ') والمنحني (\mathcal{C}) . اعتبر $f(\alpha) \approx 1,5$ و $f(\beta) \approx 4,5$.

(4) استعمل المنحني (\mathcal{C}) لتعيين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $(3-x)e^x - 2x = m$ حلا واحدا موجبا.

(5) الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} بـ: $h(x) = 1 - (3+x)e^{-x} - x$.

أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من \mathbb{R} ، $h(x) = -f(-x)$.

ب) من بين المنحنيات الثلاثة ①، ②، و ③ المبينة أسفله، عيّن المنحني الممثل للدالة h ، مع تعليل اختيارك.



تمرين 2 (11 نقطة)

في كل التمرين، نعتبر المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

I- لتكن الدالة g_1 المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $g_1(x) = 2\ln(x+1) - 2$ ، وليكن (\mathcal{C}_1) تمثيلها البياني.

- لتكن الدالة g_2 المعرفة على المجال $]-\infty; -1[$ بـ: $g_2(x) = 2\ln(-x-1) - 2$ ، وليكن (\mathcal{C}_2) تمثيلها البياني.

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} g_1(x)$ ، فسّر النتيجة بيانياً، واحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g_1(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g_1 على المجال $]-1; +\infty[$.

(2) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^-} g_2(x)$ ، فسّر النتيجة بيانياً، واحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} g_2(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g_2 على المجال $]-\infty; -1[$.

(3) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $g(x) = \ln(x+1)^2 - 2$ ، وليكن (\mathcal{C}_g) تمثيلها البياني.

أ) بين أنّ المنحني (\mathcal{C}_g) هو اتحاد المنحنيين (\mathcal{C}_1) و (\mathcal{C}_2) ، بمعنى $(\mathcal{C}_1) \cup (\mathcal{C}_2) = (\mathcal{C}_g)$ ، ثم استنتج جدول تغيرات g .

ب) برهن على وجود مماسين (Δ_1) و (Δ_2) لـ (\mathcal{C}_g) عند النقطتين A و B يتقاطعان في $C(-1; -4)$. اكتب معادلتيهما.

ج) عيّن نقطتي تقاطع (\mathcal{C}_g) مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم (Δ_1) ، (Δ_2) والمنحني (\mathcal{C}_g) .

II- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{9}{(x+1)^2} + g(x)$ ، وليكن (\mathcal{C}_f) تمثيلها البياني.

(1) أ) احسب النهايتين: $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب) بين أنّ: $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ ، فسّر النتيجة بيانياً. (يمكن وضع $t = (x+1)^2$).

ج) بين أنّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - g(x)] = 0$ ، ثم فسّر النتيجة بيانياً.

(2) أ) بين أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ ، $f'(x) = \frac{2(x-2)(x+4)}{(x+1)^3}$ ، ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$.

(3) أ) بين أنّ المستقيم ذو المعادلة $x = -1$ محور تناظر للمنحني (\mathcal{C}_f) .

ب) احسب $f(0)$ ، ثم استنتج حساب $f(-2)$.

ج) ادرس وضعية المنحني (\mathcal{C}_f) بالنسبة إلى المنحني (\mathcal{C}_g) ، ثم ارسم المنحني (\mathcal{C}_f) في نفس المعلم السابق.

(4) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $h(x) = e^{-f(x)-1}$.

أ) احسب النهايات عند حدود مجالات مجموعة تعريف الدالة h .

ب) احسب $h'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ، ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة h على $\mathbb{R} - \{-1\}$.

