السنة الدراسية: 2019-2020 | **تصحيح اختبار الفصل الثاني** | المادة: الرياضيات
المستوى: 2 ع ت | | الأستاذ: بن مسعود

التمرين الأول :

I) 1)

$E(x) = \cos^2(2018\pi + \pi + x) - \sin^2(1438\pi + \pi - x) + \cos(1008\pi + \frac{3\pi}{2})$

$E(x) = \cos^2(\pi + x) - \sin^2(\pi - x) + \underbrace{\cos(\frac{3\pi}{2})}_{=0}$

$E(x) = [-\cos(x)]^2 - \sin^2(x)$

$\boxed{E(x) = \cos^2(x) - \sin^2(x)}$

2)

$(\cos(x) - \sin(x))(\cos(x) + \sin(x)) =$

$= \cos^2(x) + \cancel{\cos(x)\sin(x)} - \cancel{\sin(x)\cos(x)} - \sin^2(x)$

$= \cos^2(x) - \sin^2(x) = E(x)$

3)

$E(x) = 0$

$(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) = 0$

* إما : $\cos(x) - \sin(x) = 0$

$\cos(x) = \sin(x)$

$\sin(\frac{\pi}{2} + x) = \sin(x)$

معناه $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + x + 2k\pi \\ x = \pi - (\frac{\pi}{2} + x) + 2k\pi \end{cases}$ $k \in \mathbb{Z}$

أي : $2x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$\boxed{x = \frac{\pi}{4} + k\pi}$

* أو

$\cos(x) + \sin x = 0$

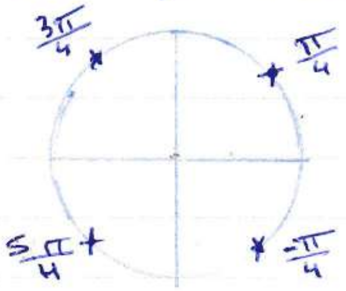
$\cos(x) = -\sin x$

$\cos x = \cos(\frac{\pi}{2} + x)$

معناه $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + x + 2k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} - x + 2k\pi \end{cases}$ $k \in \mathbb{Z}$

نجد $\boxed{x = -\frac{\pi}{4} + k\pi}$

تمثيل الحلول في الدائرة المثلثية .



II)

1) نعلم أنّ : $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

ومنه $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\sin^2 x = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)^2$

$\sin^2 x = 1 - \frac{8 + 2\sqrt{12}}{16}$

$\sin^2 x = \frac{8 - 2\sqrt{12}}{16}$

$\sin^2 x = \frac{8 - 4\sqrt{3}}{16}$

$\boxed{\sin^2 x = \frac{2-\sqrt{3}}{4}}$

أما : $\sin x = -\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}$ أو $\sin x = \sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}}$

مرفوض لأنّ $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$

ولدينا $\sqrt{\frac{2-\sqrt{3}}{4}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

ومنه

$\boxed{\sin x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}}$

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$= \left(\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^2$

$= \frac{8+4\sqrt{3}}{16} - \frac{8-4\sqrt{3}}{16}$

$= \frac{8\sqrt{3}}{16} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

4)

$\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

أي $\cos 2x = \cos\frac{\pi}{6}$

$\begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \\ 2x = -\frac{\pi}{6} + 2k\pi \end{cases}$ $k \in \mathbb{Z}$

$\begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases}$

ومنه $x \in]0, \frac{\pi}{2}[$

$\boxed{x = \frac{\pi}{12}}$

التمرين الثاني :

1) G_m موجودة إذا كان :

$(m-1)+(2m-3)\neq 0$

$3m-4\neq 0$

$\boxed{m\neq \frac{4}{3}}$

أي $m\in\mathbb{R}-\{\frac{4}{3}\}$

G_m موجودة معناه :

$(m-1)\vec{G_mA}+(2m-3)\vec{G_mB}=\vec{0}$

$(m-1)\vec{G_mA}+(2m-3)(\vec{G_mA}+\vec{AB})=\vec{0}$

$(m-1)\vec{G_mA}+(2m-3)\vec{G_mA}+(2m-3)\vec{AB}=\vec{0}$

$(3m-4)\vec{G_mA}=-(2m-3)\vec{AB}$

$(3m-4)\vec{AG_m}=(2m-3)\vec{AB}$

$\vec{AG_m}=\frac{2m-3}{3m-4}\vec{AB}$

2) أ) G_m منطبقة على I معناه :

$\vec{AG_m}=\frac{1}{2}\vec{AB}$

أي $\frac{2m-3}{3m-4}=\frac{1}{2}$

ومنه $4m-6=3m-4$

نجد : $\boxed{m=2}$

ب) G_m منطبقة على C معناه :

$\vec{AG_m}=\frac{3}{2}\vec{AB}$

أي : $\frac{2m-3}{3m-4}=\frac{3}{2}$

ومنه $4m-6=9m-12$

نجد $\boxed{m=\frac{6}{5}}$

3) G_m داخل القطعة $[AB]$

$0<\frac{2m-3}{3m-4}<1$

m	$-\infty$		$\frac{4}{3}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$2m-3$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$3m-4$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$\frac{2m-3}{3m-4}$		$+$	||	$-$	0	$+$	

$0<\frac{2m-3}{3m-4}$

$m\in]-\infty,\frac{4}{3}[\cup]\frac{3}{2},+\infty[$ (1)

$\frac{2m-3}{3m-4}<1$

أي $\frac{2m-3}{3m-4}-1<0$

$\frac{-m+1}{3m-4}<0$

m	$-\infty$		1		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$-m+1$		$+$	0	$-$	|	$-$	
$3m-4$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$\frac{-m+1}{3m-4}$		$-$	0	$+$	||	$-$	

(2) $m\in]-\infty,1[\cup]\frac{4}{3},+\infty[$

من (1) و (2)

في الأخير $0<\frac{2m-3}{3m-4}<1$ معناه $m\in]-\infty,1[\cup]\frac{3}{2},+\infty[$

3) $\|2\vec{MA}+3\vec{MB}\|=5(1-k)^2$

لدينا G_3 مرجح الجملة $\{(A,2),(B,3)\}$

ومنه

$\|2\vec{MA}+3\vec{MB}\|=5MG_3$

إذن

$5MG_3=5(1-k)^2$

$MG_3=(1-k)^2$

نميز حالتين :

* $k=1$ تكون $MG_3=0$

ومنه مجموعة النقط M هي النقطة G_3

* $k\in\mathbb{R}-\{1\}$ معناه مجموعة النقط M هي دائرة مركزها G_3 و نصف قطرها $(1-k)^2$.

التمرين الثالث :

1) $\lim_{|x|\to+\infty}f(x)=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$

ومنه $y=1$ مستقيم مقارب أفقي للمنحنى (C) بجوار $-\infty$ و $+\infty$

2) f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$

$f'(x)=\frac{(2x-1)(x^2-x+1)-(2x-1)(x^2-x-2)}{(x^2-x+1)}$

$f'(x)=\frac{(2x-1)[x^2-x+1-x^2+x+2]}{(x^2-x+1)}$

$\boxed{f'(x)=\frac{(2x-1)3}{(x^2-x+1)}}$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $2x-1$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$

* $f'(x)$ سالبة على المجال $]-\infty, \frac{1}{2}]$ ومنه f متناقصة على هذا المجال
* $f'(x)$ موجبة على المجال $[\frac{1}{2}, +\infty[$ ومنه f متزايدة على هذا المجال.

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

3) أ)

$(T): y = f'(2)(x-2) + f(2)$

$(T): y = 1(x-2) + 0$

$\boxed{(T): y = x-2}$

ب)

$$f(x) - x + 2 = \frac{x^2-x-2}{x^2-x+1} - x + 2$$

$$= \frac{x^2-x-2}{x^2-x+1} - \frac{x^3-x^2+x}{x^2-x+1} + \frac{2x^2-2x+2}{x^2-x+1}$$

$$= \frac{x^2-x-2-x^3+x^2-x+2x^2-2x+2}{x^2-x+1}$$

$$= \frac{-x^3+4x^2-4x}{x^2-x+1}$$

$$= \frac{-x(x^2-4x+4)}{x^2-x+1}$$

$$= \frac{-x(x-2)^2}{x^2-x+1}$$

$x^2+x+1>0$

$(x-2)^2 \geq 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-x$		$+$	0	$-$	
$f(x)-x+2$		$+$	0	$-$	
الوضعية		(C) فوق (T)	(C) يقطع (T)	(C) تحت (T)	

4)

$$f(1-x) = \frac{(1-x)^2-(1-x)-2}{(1-x)^2-(1-x)+1}$$

$$= \frac{1+x^2-2x-1+x-2}{1+x^2-2x-1+x+1}$$

$$= \frac{x^2-x-2}{x^2-x+1} = f(x)$$

إذن

$f(1-x) - f(x) = 0$

نستنتج أن (C) يقبل محور تناظر هو المستقيم ذو المعادلة $x = \frac{1}{2}$

5)

* تقاطع (C) مع محور التراتيب :

$f(0) = -2$

ومنه $(0,-2)$ هي نقطة تقاطع (C) مع محور التراتيب

* تقاطع (C) مع محور الفواصل :

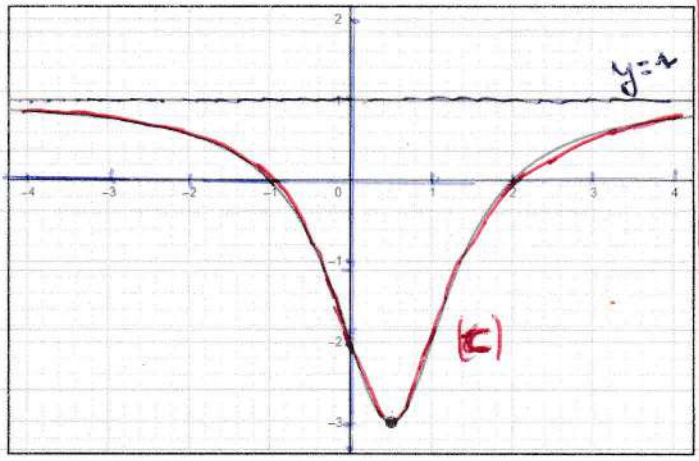
$f(x) = 0$ ، $\frac{x^2-x-2}{x^2-x+1} = 0$

$x^2-x-2 = 0$ ، $\Delta = 9$

$x_1 = -1$ ، $x_2 = 2$

أي $(-1,0)$ و $(2,0)$ هما نقطتا تقاطع (C) مع محور الفواصل.

6) أ)



ب) إشارة الدالة f:

في المجال $]-\infty;-1[$ $f(x)$ موجبة

في المجال $]-1;2[$ $f(x)$ سالبة

في المجال $]2;+\infty[$ $f(x)$ موجبة

لما $x=-1$ و $x=2$ $f(x)$ معدومة

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

7)

لما $m\in]-\infty,0[$ لا يوجد حلول.

لما $m=0$ يوجد حلين.

لما $m\in]0,1[$ أربع حلول.

لما $m\in[1,3[$ يوجد حلين.

لما $m=3$ حل مضاعف.

لما $m\in]3,+\infty[$ لا يوجد حلول.

8)

أ) $D_g=\{x/ x\in D_f,\ 2-f(x)\geq 0\}$

$x\in\mathbb{R},\ 2\geq f(x)$ محققة من أجل كل $x\in\mathbb{R}$

ومنه $D_g=\mathbb{R}$

ب) g قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$

$$g'(x)=\frac{-f'(x)}{2\sqrt{2-f(x)}}$$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $-f'(x)$.

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
$-f'(x)$		$+$	0	$-$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	1	$\nearrow$	$\sqrt{5}$	$\searrow$	1