الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**اختبار** **الفصل الثاني**	الموسم الدراسي: 2020/2019 المدة: ثلاث ساعات (3سا) إعداد: عبد المطلب

تمرين 1 (4نقاط)

كيس U_1 يحتوي على 6 كريات حمراء و5 كريات سوداء لا نفرق بينها عند اللمس. نسحب عشوائيا في آن واحد أربع كريات.

نعتبر الأحداث: A: سحب أربع كريات حمراء، B: سحب أربع كريات سوداء و C: سحب أربع كريات من لونين مختلفين.

1) احسب الاحتمالين $P(\mathrm{A})$ و $P(\mathrm{B})$، ثم استنتج حساب الاحتمال $P(\mathrm{C})$.

2) نعرّف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكريات الحمراء المسحوبة.

عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X، ثم احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

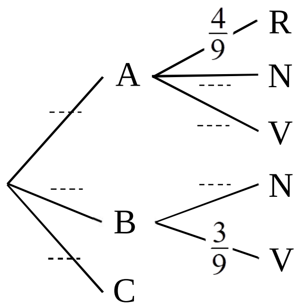
3) كيس U_2 يحتوي على 3 كريات خضراء وكريتين سوداوين. نضع الكريات الأربع المسحوبة من الكيس U_1 في الكيس U_2.

إذا كانت الكريات الأربع من نفس اللون نسحب كرية واحدة من U_2، وإذا كانت من لونين مختلفين نوقف عملية السحب.

نعتبر الأحداث R، N و V المعرّفة كما يلي:

R: سحب كرية حمراء، N: سحب كرية سوداء و V: سحب كرية خضراء.

أ) أنقل ثم أكمل شجرة الإحتمالات المقابلة التي تنمذج هذه الوضعية.



ب) احسب الاحتمالات التالية: $P(\mathrm{B}\cap \mathrm{N})$، $P(\mathrm{N})$ و $P_{\mathrm{N}}(\mathrm{B})$.

(في كل التمرين، تُعطى النتائج على شكل كسور غير قابلة للاختزال)

تمرين 2 (5نقاط)

I- نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة المعادلة: $z^3-(2+\alpha)z^2+2(1+\alpha)z-2\alpha=0\ ...\ (\mathrm{E})$، حيث α عدد حقيقي.

1) تأكّد أنّ العدد الحقيقي α هو حل للمعادلة (E) ذات المجهول z.

2) عيّن العددين الحقيقيين b و c بحيث يمكن كتابة (E) على الشكل: $(z-\alpha)(z^2+bz+c)=0$.

3) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة (E) ذات المجهول z.

II- في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(\mathrm{O};\vec{u},\vec{v})$، نعتبر النقط A، B و C التي لاحقاتها:

$z_{\mathrm{A}}=\sqrt{2}\,e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}$، $z_{\mathrm{B}}=\sqrt{2}\,e^{i\left(\frac{\pi}{4}\right)}$ و $z_{\mathrm{C}}=\alpha$ وليكن العدد المركب Z حيث $Z=\dfrac{z_{\mathrm{A}}-z_{\mathrm{C}}}{z_{\mathrm{B}}-z_{\mathrm{C}}}$.

1) اكتب z_{A} و z_{B} على الشكل الجبري ثم بيّن أنّ: $(z_{\mathrm{A}}-z_{\mathrm{B}})^{2020}=(z_{\mathrm{A}}+z_{\mathrm{B}})^{2020}$.

2) بيّن أنّ الكتابة الجبرية للعدد المركب Z هي: $Z=\dfrac{\alpha^2-2\alpha}{\alpha^2-2\alpha+2}+i\dfrac{2(\alpha-1)}{\alpha^2-2\alpha+2}$.

3) أ) عيّن قيمة للعدد الحقيقي α التي من أجلها تكون النقط A، B و C في استقامية.

ب) عيّن قيمتين للعدد الحقيقي α التي من أجلها يكون المثلث ABC قائم في C.

ج) عيّن قيمتين للعدد الحقيقي α التي من أجلها يكون المثلث ABC متقايس الأضلاع.

4) نضع $\alpha=-\sqrt{2}$. لتكن النقطة G مرجح الجملة المثقلة: $\left\{(\mathrm{A},1);(\mathrm{B},1);(\mathrm{C},\sqrt{2})\right\}$، ولتكن (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\sqrt{2}\,\overrightarrow{MC}\right\|=2+2\sqrt{2}$. بيّن أنّ (Γ) هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

تمرين3 (4نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول u_0، حيث $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\dfrac{u_n-2}{2u_n-3}$.

1) تحقّق أنّ: $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4u_n-6}$، ثم برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $0\le u_n<1$.

2) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}-u_n=\dfrac{2(u_n-1)^2}{3-2u_n}$. استنتج تغيرات وتقارب المتتالية (u_n).

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n=\dfrac{\alpha}{u_n-1}-n$، حيث α ينتمي إلى $\mathbb{R}-\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

أ) برهن أنّ (v_n) متتالية حسابية أساسها $(-2\alpha-1)$، ثم ادرس حسب قيم العدد الحقيقي α تغيرات المتتالية (v_n).

ب) في ما يلي نعتبر أنّ $\alpha=1$. اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n و u_n بدلالة n، ثم احسب نهاية المتتالية (u_n).

4) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=\dfrac{1}{u_0-1}+\dfrac{1}{u_1-1}+\ldots+\dfrac{1}{u_n-1}=-(n+1)^2$.

تمرين4 (7نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x+1-e(1+\ln x)$

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} g(x)$ وبيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.

2) احسب $g'(x)$، ادرس إشارتها ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g.

3) استنتج أنّ $g(x)>0$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$.

4) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=1$ تقبل في $\mathbb{R}_+^*$ حلين، أحدهما e والآخر α حيث $0{,}5<\alpha<0{,}6$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2+x(1-e\ln x)$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} f(x)$ وبيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ) بيّن أنّ: من أجل كل x من $]0;+\infty[$، $f'(x)=g(x)$. استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب) برهن على وجود مماسين (Δ_1) و (Δ_2) للمنحني $(\mathscr{C})$ معامل توجيه كل منهما يساوي 1. يمكن استعمال **I- 4**).

ج) بيّن أنّ معادلة المماس (Δ_1) هي: $y_1=x$، وأنّ معادلة المماس (Δ_2) هي: $y_2=x+\alpha(e-\alpha)$.

3) أ) شكّل جدول تغيّرات الدالة k المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $k(x)=x-e\ln x$، ثم بيّن أنّ: $k(x)\ge0$ على $\mathbb{R}_+^*$.

ب) استنتج إشارة $(f(x)-x)$، ثم ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمماس (Δ_1).

4) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل نقطة انعطاف A، يطلب تعيين إحداثيها بتقريب إلى 10^{-2} بالزيادة.

5) احسب $f(1)$ و $f(5)$، ثم ارسم المماسين (Δ_1) و (Δ_2)، والمنحني $(\mathscr{C})$. اعتبر $\alpha\approx0{,}55$

6) لتكن h الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x\left[|x|+1-e\ln|x|\right]$.

بيّن أنّ الدالة h فردية، ثم اشرح كيفية رسم البيان $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة h وارسمه في نفس المعلم مع $(\mathscr{C})$.

III- (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول u_0، حيث $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n<e$.

2) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، المتتالية (u_n) متزايدة.

3) استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة نحو العدد الحقيقي e.

بالتّوفيق