الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة)	اختبار	الموسم الدراسي: 2021/2020
المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية"	الفصل الأول	المدة: ثلاث ساعات (3سا)
المادة: رياضيات		إعداد: عبد المطلب

تمرين 1 (4نقاط)

يحتوي كيس على ثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 وأربع كريات سوداء تحمل الأرقام 2 ، 2 ، 2 ، 3 وخمس كريات خضراء تحمل الأرقام 4 ، 4 ، 5 ، 5 ، 5. (لا نفرق بينها عند اللمس)

نسحب من هذا الكيس كريتين في آن واحد بطريقة عشوائية.

1) A و B حادثتان حيث: A: "سحب كريتين إحداهما سوداء تحمل الرقم 2 والثانية لونها مختلف"، وB: "سحب كريتين تحملان رقمين مجموعهما أكبر تماما من 3". بيّن أنّ $P(\mathrm{A})=\frac{4}{11}$ و $P(\mathrm{B})=\frac{19}{22}$ ، ثم استنتج حساب $P(\mathrm{A}\cup\mathrm{B})$.

2) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب الرقم الأكبر بين رقمي الكرتين المسحوبتين، والرقم 6 إذا كانت الكريتان تحملان نفس الرقم.

أ) عيّن مجموعة قيم المتغيّر العشوائي X ، ثم بيّن أنّ: $P(X=4)=\frac{7}{33}$ و $P(X=6)=\frac{1}{6}$.

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثم احسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

3) نجري الآن n سحبة متتالية لكرية بحيث نعيد في كل مرة الكرية المسحوبة إلى الكيس.

أ) عبّر بدلالة العدد الطبيعي n الاحتمال P_n للحصول على الكريات البيضاء فقط ، ثم عيّن أكبر قيمة للعدد n بحيث يكون $P_n \geq 0{,}002$.

ب) احسب احتمال سحب كرية واحدة فقط بيضاء.

تمرين 2 (4نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0=-3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\sqrt{2u_n+8}-4$.

1) أ) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $-3\leq u_n<-2$.

ب) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}-u_n=-\frac{(u_n+2)(u_n+4)}{\sqrt{2u_n+8}+u_n+4}$. استنتج اتّجاه تغيّر (u_n) وتقاربها.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}+2\geq(2-\sqrt{2})(u_n+2)$.

ب) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n، $0>u_n+2\geq-\left(2-\sqrt{2}\right)^n$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول v_0 ، ومن أجل كل عدد طبيعي n، $v_n=\frac{1}{2^n}\ln\left(\frac{u_n+4}{2}\right)$.

أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية، أساسها $q=\frac{1}{4}$ ، يطلب كتابة حدّها العام بدلالة n.

ب) نضع $P_n=(u_0+4)\times(u_1+4)\times\ldots\times(u_n+4)$. بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $P_n=2^{2^{-n}+n-1}$.

اقلب الورقة

تمرين3 (5نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. M نقطة لاحقتها العدد المركب z ، حيث $z=x+iy$ ،

x و y عددين حقيقيين. نرفق بكل عدد مركب z حيث $z\neq -i$ العدد المركب Z: $Z=\frac{iz+5}{z+i}$.

1) بيّن أنّ الكتابة الجبرية للعدد المركب Z هي: $Z=\frac{6x}{x^2+(y+1)^2}+i\frac{x^2+y^2-4y-5}{x^2+(y+1)^2}$.

2) عيّن وأنشئ المجموعة E_1 للنقط M من المستوي حتى يكون Z عددا تخيليا صرفا.

3) عيّن وأنشئ المجموعة E_2 للنقط M من المستوي حتى يكون Z عددا حقيقيا، مع ذكر العناصر المميّزة لـ E_2.

4) عيّن وأنشئ المجموعة E_3 للنقط M من المستوي حتى تكون طويلة $Z+i$ تساوي 2 بمعنى $|Z+i|=2$.

5) عيّن وأنشئ المجموعة E_4 للنقط M من المستوي بحيث يتحقّق $Z=\bar{z}$.

تمرين4 (7نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-\infty;+\infty[$ بـ: $g(x)=x(x-2-e^{-x})$.

1) احسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.

2) بيّن أنّ: $g'(x)=(x-1)(e^{-x}+2)$ ، ادرس إشارتها ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلين، أحدهما معدوم والآخر α حيث $2{,}1<\alpha<2{,}2$. استنتج إشارة $g(x)$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=x+\frac{e^{-x}+1}{x-1}$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x\overset{<}{\to}1} f(x)$ و $\lim_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$. فسّر نتيجتي النهايتين هندسيا.

ب) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ وبيّن أنّ $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.

ج) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) بجوار $+\infty$ يطلب تعيين معادلته.

2) أ) بيّن أنّ: من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$، $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^2}$. استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب) ليكن (T) المماس للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة β. بيّن أنّ المماس (T) يشمل النقطة A حيث $A(1,0)$

إذا تحقّق: $(\beta+1)(e^{-\beta}+1)=0$. استنتج أنّ معادلة المماس (T) هي: $y=\frac{3+e}{4}(x-1)$.

3) أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\alpha+1$ ، ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) احسب $f(-2)$ ، ثم ارسم المستقيم المقارب (Δ) ، المماس (T) والمنحني $(\mathscr{C})$.

4) m وسيط حقيقي، ولتكن f_m الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f_m(x)=x+\frac{e^{-x}+m}{x-1}$ و $(\mathscr{C}_m)$ تمثيلها البياني.

أ) p و q عددين حقيقيين موجبين تماما حيث $p<q$. أدرس الأوضاع النسبية للمنحنيين $(\mathscr{C}_p)$ و $(\mathscr{C}_q)$.

ب) عيّن قيمة العدد الحقيقي m حتى تكون الدالة f_m هي حل للمعادلة التفاضلية: $(x-1)y'+x(y-1)=x^2$.

بالتّوفيق