2021 تصحيح الامتحان

التمرين الأول

1)

$$\sin\left(4\pi+\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(4\pi+\frac{\pi}{2}-x\right) \quad (\mathrm{I})$$

$$+\sin\left(4\pi-\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(4\pi-\frac{\pi}{2}-x\right)$$

$$=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$$

$$+\sin\left(\frac{-\pi}{2}-x\right)+\cos\left(\frac{-\pi}{2}-x\right)$$

$$=\cos x+\sin x-\cos x-\sin x$$

$$=0$$

2) $\sin^4 x-\cos^4 x$

$$=(\sin^2 x-\cos^2 x)(\underbrace{\sin^2 x+\cos^2 x}_{1})$$

$$=\sin^2 x-\cos^2 x$$

(II) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات

أ)

$$\cos x=\cos\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$$

$$\begin{cases} x=\frac{\pi}{3}-x+2k\pi \\ x=\frac{-\pi}{3}+x+2k\pi \end{cases}$$

$$2x=\frac{\pi}{3}+2k\pi$$

$$x=\frac{\pi}{6}+k\pi \quad (k\in\mathbb{Z})$$

$$S=\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi\right\} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

ب)

$$-\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin(x-\pi)$$

$$-\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin(-(\pi-x))$$

$$-\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin(\pi-x)$$

$$\sin\left(2x+\frac{\pi}{2}\right)=\sin(\pi-x)$$

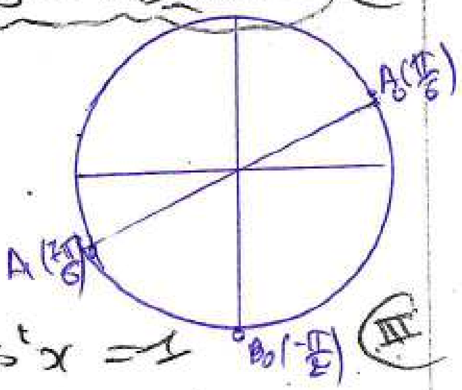
$$\begin{cases} 2x+\frac{\pi}{2}=\pi-x+2k\pi \\ 2x+\frac{\pi}{2}=\cancel{\pi}-\cancel{\pi}+x+2k\pi \end{cases} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} 3x=\frac{\pi}{2}+2k\pi \\ x=\frac{-\pi}{2}+2k\pi \end{cases} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} x=\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3} \\ x=\frac{-\pi}{2}+2k\pi \end{cases} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

$$S=\left\{\frac{-\pi}{2}+2k\pi\ ;\ \frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}\right\} \quad (k\in\mathbb{Z})$$

ج) تمثيل الحلول



(III)

$$\sin^2 x+\cos^2 x=1$$

$$\cos^2 x=1-\sin^2 x$$

$$\cos^2 x=1-\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^2$$

بالتبسيط

$$\cos x=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

II

$V_n = 2^{U_n}$

$V_n = 2^{3n-2}$

1

$V_{n+1} = q \cdot V_n$

$V_{n+1} = 2^{3(n+1)-2}$

$V_{n+1} = 2^{3n-2+3}$

$V_{n+1} = 2^{3n-2} \cdot 2^3$

$V_{n+1} = V_n \cdot 8$

ومنه $q=8$

2 استنتاج P_n

$P_n = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n$

$P_n = 2^{U_0} \times 2^{U_1} \times \dots \times 2^{U_n}$

$P_n = 2^{U_0 + U_1 + \dots + U_n}$

$P_n = 2^{S_n} = 2^{\frac{n+1}{2}(-4+3n)}$

التمرين 3

I

$g(x) = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 14$

1

$g(1) = 0$

ومنه 1 هو جذرا لـ $g(x)$.

2 تعيين a, b, c

$g(x) = 2(x-1)(ax^2+bx+c)$

باستعمال القسمة

باختصار شديد

$g(x) = 2(x-1)(x^2-5x+7)$ ...

التمرين 2

$\begin{cases} U_0 + U_1 + U_2 + U_3 = 10 \\ U_0 = -2 \end{cases}$

1

$U_0 + (U_0 + r) + (U_0 + 2r) + (U_0 + 3r) = 10$

$4U_0 + 6r = 10$

$-8 + 6r = 10$

$6r = 18$

$r = 3$

2

$U_n = U_0 + (n-0)r$

$U_n = -2 + 3n$

3

$U_n = 145$

$-2 + 3n = 145$

$3n = 147$

$n = \frac{147}{3} = 49$

4

$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

$S_n = \frac{n+1}{2}(U_0 + U_n)$

$S_n = \frac{n+1}{2}(-2 - 2 + 3n)$

$S_n = \frac{n+1}{2}(-4 + 3n)$

③ اشارة $g(x)$

$\Delta<0$ فان $x^2-5x+7=0$

ومنه

$-\infty$	+	$+\infty$

ولدينا $x-1=0$ اي $x=1$

$-\infty$	−	1	+	$+\infty$
		0		

ومنه

$-\infty$	−	1	+	$+\infty$
		0		

II ① حساب النهايات

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to 2} f(x) = -\infty$$

ومنه $x=2$ م م يوازي محور التراتيب.

②
$$\lim_{|x|\to+\infty} [f(x) - y]$$
$$= \lim_{|x|\to+\infty} \left[\frac{-1}{(x-2)^2} \right] = 0$$

ومنه $y=2x-1$ م م مائل في جوار $(+\infty)$ و $(-\infty)$

دراسة الوضعية

$$f(x) - y = \frac{-1}{(x-2)^2} < 0$$

ومنه (C_f) تحت (Δ).

③ الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{2\}$

$$f'(x) = 2 - \left[\frac{(-2x+4)(1)}{(x-2)^4}\right]$$

باختصار ينتج

$$\boxed{f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^3}}$$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$g(x)$		−	0	+		+	
$(x-2)^3$		−		−	0	+	
$f'(x)$		+	0	−	‖	+	

جدول تغيرات f

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	‖	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

④ معادلة المماس

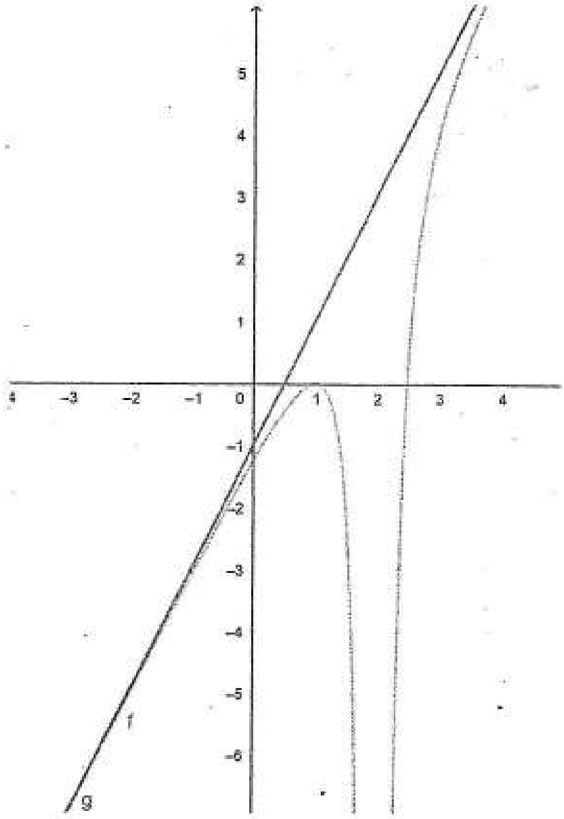
$$y = f'(3)(x-3) + f(3)$$

$$y = 4(x-3) + 4$$

$$\boxed{y = 4x - 8}$$

⑤ $f(1)=0$ و $f(\frac{5}{2})=0$

⑤ بيان (C_f)، (Δ) و (T)



⑥ $(-2x+m)(x-2)^2=-1$

$$-2x+m=\frac{-1}{(x-2)^2}$$

$$m=2x-\frac{1}{(x-2)^2}$$

ومنه

$$2x-1-\frac{1}{(x-2)^2}=m-1$$

$$f(x)=m-1$$

مناقشة بيانية.

$m-1<0$ اي $m<1$
فان المعادلة
تقبل 3 حلول.

$m-1=0$ اي $m=1$
حلين

لما $m-1>0$ اي
$m>1$ فان
المعادلة تقبل
حلا وحيدا.