المادّة: الرياضيات
المستوى: 2 علوم تجريبية

اختبار الفصل الثّاني

التّاريخ: 2022/03/17
المدّة: ساعتين ونصف

التّمرين الأول: (06 نقاط)

كيس يحتوي على ثلاث كرات حمراء مرقّمة بـ: 0، 1، 2. وكرتين خضراوين مرقّمتين بـ: 0، 1.
نسحب عشوائيا كرتين على التّوالي من الكيس مع إرجاع الكرة الأولى المسحوبة قبل سحب الثّانية.

I. مثّل هذه التجربة بمخطط مناسب. ثم احسب الاحتمالات $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ للحوادث التّالية:

A : "سحب كرتين من لونين مختلفين ".

B : "سحب كرتين جداء رقميهما معدوم".

C : "سحب كرتين من لونين مختلفين أو جداء رقميهما معدوم".

استنتج احتمال الحوادث $\overline{A}$ ، $\overline{B}$ ، $A\cap B$ ، $\overline{A}\cap\overline{B}$ و $A\cap\overline{B}$.

II. نستعمل هذه التّجربة لإجراء اللّعبة التّالية:

يربح اللّاعب α نقطة إذا سحب كرة حمراء، و يخسر 30 نقطة إذا سحب كرة خضراء. (α عدد طبيعي)
ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكلّ سحب كرتين، عدد النّقاط التي تحصّل عليها اللاّعب.

1. بين أنّ مجموعة القيم الممكنة لـ X هي $\{2\alpha, \alpha-30, -60\}$.
2. عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.
3. بيّن أنّ $E(X)=\dfrac{30\alpha-600}{25}$ ، ثمّ عين قيمة α التي من أجلها تكون اللّعبة عادلة.

III. نضيف للكيس n كرة زرقاء . بيّن أنّ احتمال سحب كرة زرقاء على الأقل يساوي $\dfrac{n^2+10n}{(n+5)^2}$.

التّمرين الثّاني: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، نعتبر النّقط $A(2;1)$ ، $B(1;0)$ و $C(-1;-3)$.
ولتكن النّقطة G مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\sin^2\alpha);(B;(1-\cos\alpha)^2);(C;2\cos\alpha)\}$ ، حيث α عدد حقيقي.

1. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي α فإن: $\sin^2\alpha+(1-\cos\alpha)^2+2\cos\alpha=2$ ، استنتج أن G موجودة.
2. بيّن أنّ احداثيات النّقطة G هي: $\left(\dfrac{\sin^2\alpha-4\cos\alpha+2}{2};\dfrac{\sin^2\alpha-6\cos\alpha}{2}\right)$.
3. عيّن قيم α حتى تنتمي النّقطة G إلى المستقيم ذو المعادلة $y=2x-\dfrac{5}{2}$.
4. عيّن طبيعة المجموعة (E) للنّقط M من المستوي التي تحقق:

$$\left\|(\sin^2\alpha)\overrightarrow{MA}+(1-\cos\alpha)^2\overrightarrow{MB}+(2\cos\alpha)\overrightarrow{MC}\right\|=4$$

التّمرين الثّالث: (09 نقاط)

I. لتكن g الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{\alpha x^2+\beta x+\gamma}{x-1}$.

عين الأعداد الحقيقية α ، β و γ بحيث يقبل منحنى الدّالة g مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النّقطة $(2,2)$ ويقطع محور التّراتيب عند النّقطة ذات التّرتيبة 2- .

II. لتكن f الدّالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$. (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. احسب النّهايات عند حدود مجالي تعريف الدّالة f .
2. بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) ، يطلب تعيين معادلة لكلّ منهما.
3. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنّسبة للمستقيم المقارب (Δ) .
4. بيّن أنّه من أجل كل $x\neq 1$ فإنّ: $f'(x)=\dfrac{x(x-2)}{(x-1)^2}$.
5. ادرس تغيرات الدّالة f ثمّ شكل جدول تغيّراتها.
6. بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) ميلهما 3- يطلب كتابة معادلة لكلّ منهما.
7. بيّن أنّ نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .
8. ارسم (Δ) ، (T_1) ، (T_2) و (C_f) .
9. ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=-3x+m$.
10. عيّن قيم العدد الحقيقي λ من المجال $[0;2\pi]$ حتّى تقبل المعادلة $f(x)=4-4\cos^2(\lambda)$ حلّا مضاعفا موجبا.

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafawuk
ÉCOLE PRIVÉE

سؤال إضافي: (نصف نقطة إضافية)

احسب $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{x^2+x}}{x}$.

بالتّوفيق