المادّة: الرياضيات
المستوى: 2 علوم تجريبية

التّاريخ: 2022/05/26
المدّة: ساعتين ونصف

اختبار الفصل الثّالث

التّمرين الأول: (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل $u_0=2\alpha+1$ وبالعلاقة: $u_{n+1}=\dfrac{u_n+3\alpha}{2}$. (α عدد حقيقي)

1. عيّن قيمة α بحيث تكون (u_n) متتالية ثابتة.

في باقي التّمرين نفرض أنّ (u_n) غير ثابتة و لتكن المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n-3\alpha$.

2. بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$.

3. اكتب عبارة كلّا من v_n و u_n بدلالة n و α، ثمّ احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4. ناقش حسب قيم العدد الحقيقي α اتّجاه تغير المتتالية (v_n).

5. احسب بدلالة n و α المجموعين: $S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$.

6. لتكن المتتالية (w_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n=\dfrac{1}{u_n-6}$.

أ. عيّن قيمة α بحيث تكون (w_n) متتالية هندسية أساسها 2.

ب. في هذه الحالة بيّن أنّ $v_0w_0+v_1w_1+\ldots+v_nw_n=n+1$.

التّمرين الثّاني: (03 نقاط)

1. تحقّق أنّ $(2+2\sqrt{3})^2=16+8\sqrt{3}$.

2. حل في $\mathbb{R}$ المعادلة التّالية: $4X^2+(2\sqrt{3}-2)X-\sqrt{3}=0$.

3. استنتج في $\mathbb{R}$ حلول المعادلة: $4\cos^2(x)+(2\sqrt{3}-2)\cos(x)-\sqrt{3}=0$.

4. عيّن في المجال $[-\pi;\pi]$ حلول المعادلة: $4\cos^4(x)+(2-2\sqrt{3})\sin^2(x)+\sqrt{3}-2=0$.

التّمرين الثّالث: (05 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النّقط $A(-1;1)$ ، $B(2;-1)$ ، $C(1;4)$ و $D(8;5)$.

1. احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، $\|\overrightarrow{AB}\|$ و $\|\overrightarrow{AC}\|$. ثمّ استنتج طبيعة المثلّث ABC .

2. بيّن أنّ معادلة المستقيم (BD) هي : $x-y-3=0$. احسب المسافة بين النّقطة C و المستقيم (BD) .

3. اكتب معادلة الدّائرة $(\mathscr{C})$ التي مركزها النّقطة C ونصف قطرها $3\sqrt{2}$.

4. لتكن $(\mathscr{C}')$ مجموعة النّقط $M(x;y)$ من المستوي التي تحقّق: $x^2+y^2-14x+4y+35=0$ ، بيّن أنّ $(\mathscr{C}')$ هي دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

5. بيّن أنّ الدّائرتين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$ يتماسان في نقطة E يطلب تعيين إحداثياتها.

6. ليكن (Δ_m) المستقيم ذو المعادلة: $-2x+2y+3m=0$ ، عيّن العدد الحقيقي m بحيث يكون المستقيم (Δ_m) مماسا للدّائرتين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$ معا.

7. عيّن نصف قطر الدائرة $(\mathscr{C}'')$ التي مركزها $F(7;4)$ والمماسية للدّائرتين $(\mathscr{C})$ و $(\mathscr{C}')$.

التّمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن f الدّالّة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x^3-7x^2+4x+3}{(x-2)^2}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. احسب النّهايات عند حدود مجالي تعريف الدّالّة f .

2. بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) معادلته $y=2x+1$ ، اكتب معادلة المستقيم الآخر.

3. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنّسبة للمستقيم المقارب (Δ) .

4. بيّن أنّه من أجل كل $x\neq 2$ فإنّ: $f'(x)=\dfrac{2(x-1)(x^2-5x+7)}{(x-2)^3}$.

5. ادرس تغيّرات الدّالّة f ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

6. احسب $f\left(\dfrac{3}{2}\right)$ ثمّ استنتج نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.

7. احسب $f(0)$ ثمّ ارسم (Δ) و (C_f) .

8. عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $2x+m=\dfrac{1}{(x-2)^2}$ ثلاث حلول متمايزة موجبة تماما.

9. نعتبر الدّالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $g(x)=f(|x|)$ ، (C_g) تمثيلها البياني.

أ. بيّن أنّ $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}\dfrac{g(x)-g(0)}{x}=\dfrac{-7}{4}$ وأنّ $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}\dfrac{g(x)-g(0)}{x}=\dfrac{7}{4}$ ، ماذا تستنتج ؟

ب. بيّن أنّ g هي دالة زوجية ثمّ اشرح كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) و ارسمه في المعلم السابق.

بالتّوفيق