المادّة: الرياضيات
المستوى: 3ت إ

التّاريخ: 2022/03/14
المدّة: 03 ســا و30د

اختبار الفصل الثّاني

على التلميذ أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4ن)

اختر الاجابة الصحيحة الوحيدة من بين الاجابات التالية مع التعليل:

السؤال	الاقتراح 01	الاقتراح 02	الاقتراح 03
حلول المتراجحة: $\ln(2-3x) > \ln x$ هي:	$D_f = \left]-\infty; -\frac{2}{3}\right[$	$D_f = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$	$D_f = \left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$
الدالة الأصلية للدالة h حيث: $h(x) = \frac{\ln x}{x} + 1$ والتي تنعدم عند 1 هي الدالة H المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ:	$H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + x - 1$	$H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + x + 1$	$H(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 - x + 1$
حلول المعادلة (E) في $\mathbb{R}$ حيث: $e^{2x} + e^x + 1 = 0 \ldots (E)$	$\{-2,1\}$	$\{1\}$	لا توجد حلول
عبارة الحد العام للمتتالية الحسابية التي حدها الأول $u_1 = -2$ وأساسها 3 هي:	$u_n = -5 + 3n$	$u_n = -2 + 3n$	$u_n = 5 - 3n$

التمرين الثاني: (4ن)

ليكن كثير الحدود حيث: $P(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$

1) أحسب $P(2)$. ماذا تستنتج؟

2) جد الأعداد الحقيقية c, b, a حيث: $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$

3) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$

4) استنتج حلول المعادلة $(\ln x)^3 + (\ln x)^2 - 4\ln x - 4 = 0$

5) استنتج حلول المعادلة $e^{2x} + e^x - 4e^{-x} = 4$

التمرين الثالث: (4ن)

نعتبر المتتاليتين (u_n) وَ (v_n) المعرّفتين على $\mathbb{N}$ بـ:

$$\begin{cases} u_0 = 12 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \end{cases} \text{ وَ } \quad v_n = u_n + \alpha, \ (\alpha \in \mathbb{R})$$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $u_n > 3$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) واستنتج أنها متقاربة.

3) عيّن قيمة α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{2}{3}$

نضع فيما يلي $\alpha = -3$:

4) استنتج أنّه من أجل كل n من $\mathbb{N}$ فإنّ: $u_n = 9 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 3$

5) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + .. + v_n$

6) أحسب بدلالة n المجموع: $S'_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

التمرين الرابع: (8ن)

I- لتكن الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي:

$$g(x) = -2x^2 + 2 - \ln x$$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) أحسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$

II- الدالة f معرفة على $]0, +\infty[$بـ:

$$f(x) = \frac{-1 + \ln x}{x} - 2x + 2$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

1) عين نهايتي الدالة f عند حدود مجموعة التعريف.

2) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (-2x + 2)]$ فسر النتيجة بيانيا.

3) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) ذو المعادلة $y = -2x + 2$

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

5) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

6) أنشئ (C_f) و (Δ).

7) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات $x = 2$ ، $x = 1$ ، $y = -2x + 2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4ن)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1}$

لتكن (v_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

1) بيّن أنّ (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0.

2) أكتب عبارة الحدّ العام v_n بدلالة n ثم استنتج أن عبارة u_n بدلالة n: $u_n = \frac{2n+9}{n+3}$

3) أحسب نهاية المتتالية (u_n).

4) عيّن بدلالة n المجموع: $S_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$.

5) استنتج المجموع: $T_n = v_0.u_0 + v_1.u_1 + \ldots + v_n.u_n$.

التمرين الثاني: (4ن)

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل:

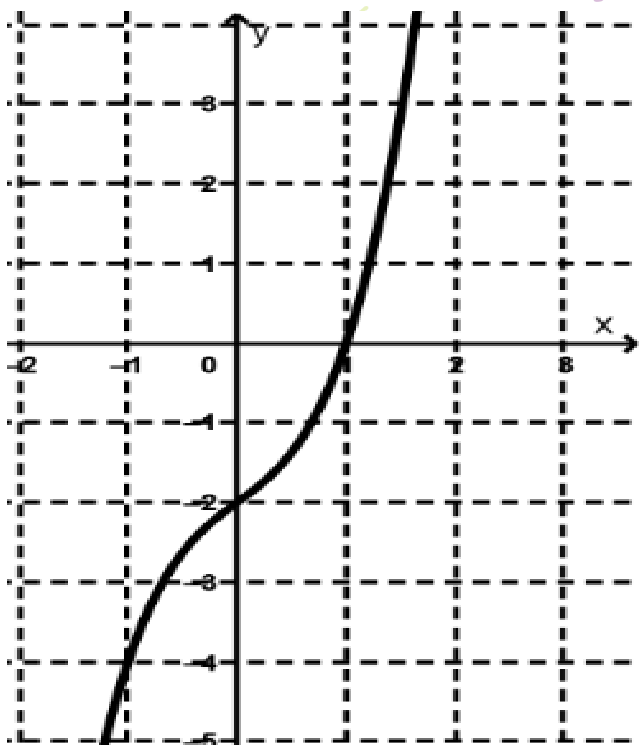
1) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = n^2$ هي متتالية حسابية.

2) الدالة الأصلية للدالة f المعرفة بـ: $f(x) = x^4 + 2x + \frac{1}{(x+2)^2}$ هي $F(x) = \frac{x^5}{5} + x^2 + \frac{1}{x+2} + c$.

3) المستقيم ذو المعادلة $y = 2x + 3$ مقارب مائل لمنحني الدالة f المعرفة بـ: $f(x) = \frac{2x^2+3x+1}{x}$.

4) معادلة المماس (T) للمنحني (C) الممثل للدالة f والمعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x + 1 + x\ln x$ عند النقطة $A(1;2)$ هي: $(T): y = 2x - 1$.

التمرين الثالث: (5ن)



I- g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 + x - 2$

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل.

بالقراءة البيانية:

1) عين $g(1)$ واستنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II- لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ: $f(x) = x - \frac{x-1}{x^2}$ ليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

2) أحسب $\lim_{x \to 0} f(x)$ وفسر النتيجة بيانيا.

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

5) بين أن المستقيم ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C).

6) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $y = x$

7) أنشئ (C) و (Δ).

التمرين الرابع: (7ن)

I- لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$$g(x) = 2 + (-2x + 3)e^x$$

1. عين نهايتي الدالة g عند $+\infty$ و $-\infty$
2. أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
3. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1.68 < \alpha < 1.69$
4. استنتج اشارة g على $\mathbb{R}$.

II- الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{e^x+4x-1}{1+e^x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

1. عين نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$
2. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 4x - 1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$
3. أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ).
4. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x:

$$f'(x) = \frac{2.g(x)}{(1+e^x)^2}$$

5. استنتج تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها.
6. أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0
7. بين أن $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
8. أنشئ (C_f) و (T) و (Δ).

بالتَّوفيق للجميع