المادة: الرياضيات

المستوى: 3ت ر

التاريخ: 2022/05/16

المدة: 03 سا و30د

امتحان البكالوريا التجريبي

على التلميذ أن يختار أحد الموضوعين

التمرين الأول: (4 ن)

الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بجدول تغيراتها المقابل

وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-1 ↗		$+\infty$ || $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) $y=-1$ هي معادلة مستقيم مقارب للمنحني (C) عند $+\infty$.

2) النقطة $B(4;1)$ تنتمي للمنحني (C).

3) المعادلة $f(x)=4$ تقبل ثلاث حلول.

4) معامل توجيه المماس (T) للمنحني (C) في النقطة A ذات الفاصلة 1 هو 0.

5) (C) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة.

6) $f(1443)>f(2022)$.

التمرين الثاني: (4ن)

في أول يناير من سنة 2022 بلغ عدد سكان مدينة حوالي 100000 نسمة؛ وخلال كل سنة سيتزايد عددهم بنسبة 5% بأخذ بعين الاعتبار المواليد الجدد والموتى؛وهناك 4000 مهاجر يمكنهم الاقامة كل سنة في هذه المدينة.

نسمي u_n عدد سكان المدينة في 01 يناير من سنة $(2022+n)$.

1) عيّن u_0 ثم أحسب u_1 و u_2.هل (u_n) حسابية؟ هندسية؟ علّل.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=1.05u_n+4000$

ب) هل يتزايد عدد السكان من سنة إلى أخرى؟ برّر إجابتك.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+80000$

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية أساسها 1.05 يطلب تعيين حدها الأول.

ب) عبّر عن v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) ماهو عدد سكان هذه المدينة سنة 2030

التمرين الثالث: (4ن)

المتتالية العددية (u_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = -4n + 3$

1) بيّن أنّ (u_n) متتالية حسابية يطلب تعيين حدها الأول u_0 و أساسها r.

2) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + .. + u_n$

أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n = -2n^2 + n + 3$

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = -30132$

المتتالية العددية (v_n) معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = e^{u_n}$

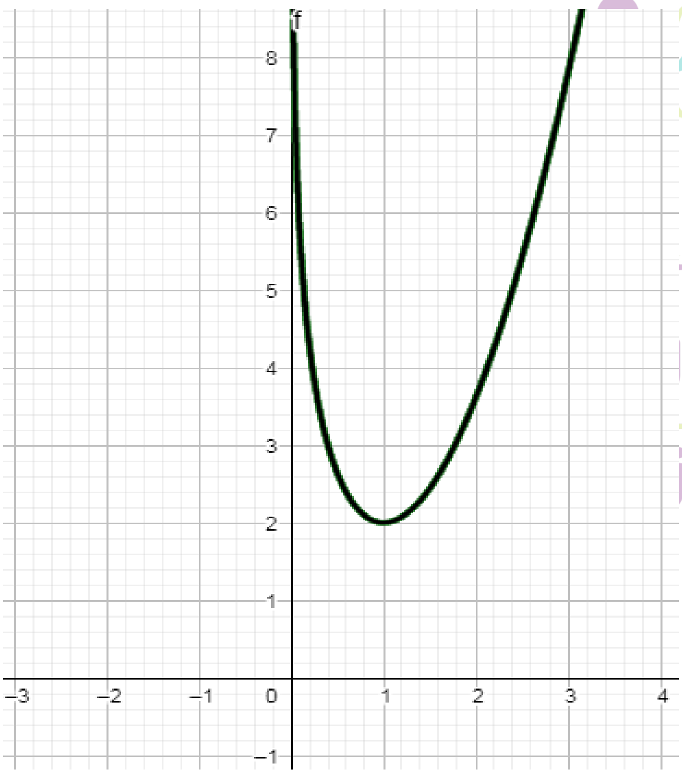
3) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول v_0 و أساسها q.

4) أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n = v_0 \times v_1 \times .. \times v_n$

التمرين الرابع: (8ن)

لتكن الدالة g المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 + a + b \ln x$ حيث a و b عددان حقيقيان.

وليكن (C) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم (الشكل المقابل).



1) عين بيانيا $g(1)$ و $g'(1)$.

2) بين أن: $a = 1 \;, b = -2$

3) استنتج بيانيا اشارة $g(x)$ على $]0, +\infty[$

4) عين بيانيا حلول المتراجحة $g(x) \times g'(x) < 0$

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ:

$$f(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{2 \ln x}{x}$$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

1) بين أن: $\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$:

$$f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$$

4) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

5) بين أن المستقيم (Δ)ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C) عند $+\infty$.

6) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)ذو المعادلة $y = x$

7) بين أن المنحني يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها a حيث: $0.52 < a < 0.53$

8) أنشئ (C) و (Δ).

نعتبر الدالة H المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ: $H(x) = [\ln x]^2$

1) بين أن الدالة H هي الدالة الأصلية للدالة h حيث: $h(x) = \frac{2 \ln x}{x}$

2) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ) والمستقيمات $x = e$ ، $x = 1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:(4ن)

الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x) = 2x + 3 - \frac{1}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة التالية مع التبرير:

1) الدالة f على المجال $]0,+\infty[$:

أ) متزايدة تماما　　　　**ب)** متناقصة تماما　　　　**ج)** ليست رتيبة.

2) الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$ والتي تنعدم من أجل $x = 1$ هي الدالة F حيث:

أ) $F(x) = x^2 + 3x + \ln x - 4$

ب) $F(x) = x^2 + 3x - \ln x - 4$

ت) $F(x) = x^2 + 3x - \ln x$

3) القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[1;2]$ هي:

أ) $6 - \ln 2$　　　　**ب)** $7 + \ln 2$　　　　**ج)** $\ln 2$

4) (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته:

أ) $y = 2x - 3$　　　　**ب)** $y = 2x + 3$　　　　**ج)** $y = -2x - 3$

التمرين الثاني: (4ن)

(u_n) متتالية عددية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$

1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 ، u_3

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}$ فإنّ: $u_n \geq -2$

3) جد اتجاه تغير المتتالية (u_n). ماذا تستنتج؟

4) لتكن (v_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n + 2$

أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين v_0 و أساسها q.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج) أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

التمرين الثالث: (4ن)

يمثل الجدول التالي تطور إنتاج معمل الاسمنت خلال 6 سنوات من 2013 إلى 2018

السنة	2013	2014	2015	2016	2017	2018
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
الانتاج بالمليون طن y_i	3.8	4	4.5	4.8	5.2	5.6

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث وحدة الأطوال $2cm$.

2) عين إحداثيات النقطة المتوسطة G.

3) بين أن a معامل توجيه مستقيم الانحدار (D) مدورا إلى 10^{-2} هو $a = 0.37$

4) استنتج معادلة مستقيم الانحدار (D).

5) باستعمال التعديل الخطي السابق قدر كمية الإنتاج سنة 2022.

التمرين الرابع: (8ن)

لتكن الدالة f المعرفة على $[0,+\infty[$ كما يلي: $f(x) = (-4x^2+5)e^{-x}+3$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

1) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0,+\infty[$: $f'(x) = (4x^2-8x-5)e^{-x}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f على $[0;8]$ وشكل جدول تغيراتها.

4) أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (Δ)ذو المعادلة $y=3$

5) أنشئ (C) و (Δ).

نضع: $C_m = f(x)$ حيث C_m هي الكلفة الهامشية (مقدرة بمليون دج) لإنتاج سلعة x مقدرة بالطن حيث x محصور بين 1 و 8

1) عين كمية السلعة x التي تكون من أجلها الكلفة الهامشية أصغر مايمكن.

2) ماهو مقدار السلع التي من أجلها تكون الكلفة الهامشية أصغر أو تساوي 3 مليون دج.

3) علما أن الكلفة الإجمالية C_T هي الدالة الأصلية للكلفة الهامشية C_m.

– تحقق أن: $C_T(x) = (4x^2+8x+3)e^{-x}+3x+k$. ثم عين قيمة k علما أن: $C_T(0) = 4$