الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة)
المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية"
المادة: رياضيات

اختبار الفصل الأول

الموسم الدراسي: 2021/2022م
المدة: ساعتان ونصف (2سا 30د)
إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (3نقاط)

إليك جدول تغيرات الدالة f المعرّفة والقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{1\}$، وليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني.

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة مما يلي:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↘	$-\infty$ ‖ $-\infty$	↗	4	↘	2

1) النقطة $A(-2;-3)$ تنتمي إلى المنحني $(\mathscr{C})$.

2) $B(0;-2)$ هي نقطة انعطاف للمنحني $(\mathscr{C})$.

3) $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيمين مقاربين: $y=2$ و $x=1$.

4) المعادلة $f(x)=1$ تقبل ثلاثة حلول في $\mathbb{R}-\{1\}$.

5) $f(3)>f(2)$ و $f(4)>f(5)$.

6) إذا علمت أنّ $f(-1)=0$ و $f'(-1)=-12$ فإنّ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x^2-1)}{x}=-12$.

تمرين2 (8نقاط)

نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{2}{x+1}+\ln(x+1)-\ln x$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$. احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

ب) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=x$ عند $+\infty$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $]0;+\infty[$، $f'(x)=\dfrac{x^3+2x^2-2x-1}{x(x+1)^2}$.

ب) احسب $f'(1)$، ثم بيّن أنّ إشارة $f'(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ من إشارة $(x-1)$.

ج) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) نعتبر الدالة g المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{2}{x+1}-\ln\left(\dfrac{x}{x+1}\right)$.

أ) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$.

ب) بيّن أنّ الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

ج) ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة إلى المستقيم المقارب المائل (Δ).

4) أ) اكتب معادلة المستقيم (Δ') الذي يوازي المستقيم (Δ) ويشمل النقطة $A(1\,;\,2+\ln 2)$.

ب) ارسم المستقيمين (Δ) و (Δ') والمنحني $(\mathscr{C})$.

ج) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m $(m>0)$ التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=x+\ln m$ حلا أكبر تماما من 1.

5) h الدالة العددية المعرّفة على المجال $\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right[$ بـ: $h(x)=f(-2x+1)$.

دون حساب عبارة $h(x)$ ادرس اتّجاه تغيّر الدالة h على المجال $\left]-\infty;\dfrac{1}{2}\right[$.

تمرين3 (9نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^{x+1}-(x+1)e^{x}-1$.

1) بيّن أنّ $\lim_{x\to-\infty} g(x)=-1$ وأنّ $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$.

2) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$، $g'(x)=(-x-2+e)e^{x}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g .

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجموعة $\mathbb{R}$ حلين: أحدهما -1 ، والآخر α حيث: $1{,}4<\alpha<1{,}5$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على المجموعة $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$-$\{0\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2e^{x}+x-e}{e^{x}-1}$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$. بيّن أنّ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=2$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

ب) احسب $\lim_{\substack{x\to 0\\ <}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، فسّر النتيجة هندسيا.

2) أ) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=-x+e$ عند $-\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) مع تحديد نقطة تقاطعهما.

جـ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$-$\{0\}$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^{x}-1)^{2}}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ) بيّن أنّ $e-\alpha=1+e^{-\alpha}$ و $f(\alpha)=2+e^{-\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ب) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث: $0{,}2<\beta<0{,}3$.

4) أ) ارسم المستقيم (Δ) والمنحني $(\mathscr{C})$. اعتبر $f(\alpha)\approx 2{,}2$ و $f(-1)\approx 4{,}7$.

ب) m وسيط حقيقي. باستعمال $(\mathscr{C})$ بيّن أنّ المعادلة $\dfrac{x-e+2}{e^{x}-1}=e^{m}$ تقبل حلين موجبين تماما من أجل $m<-\alpha$.

جـ) بيّن أنّ معادلة المماس للمنحني $(\mathscr{C})$ عند نقطة تقاطع $(\mathscr{C})$ مع حامل محور الفواصل هي: $y=\dfrac{2e^{\beta}+1}{e^{\beta}-1}(x-\beta)$.

بالتوفيق