الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	# اختبار الفصل الثاني	الموسم الدراسي: 2022/2021 المدة: ثلاث ساعات (3سا) إعداد: عبد المطلب

تمرين 1 (04نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. M نقطة لاحقتها العدد المركب $z=x+iy$، x و y عددين حقيقيين. من أجل كل عدد $z\neq -2$ نضع: $Z=\dfrac{z}{z+2}$. A و B نقطتان لاحقتاهما: $z_A=-2$ و $z_B=-1$.

1) بيّن أنّ الكتابة الجبرية للعدد المركب Z هي: $Z=\dfrac{x^2+y^2+2x}{(x+2)^2+y^2}+i\dfrac{2y}{(x+2)^2+y^2}$.

2) لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

	السؤال	الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة ج)
1	المجموعة E_1 للنقط M حتى يكون Z عددا حقيقيا هي:	مستقيم معادلته $y=0$ باستثناء A	دائرة مركزها B ونصف قطرها 1 باستثناء A	المستقيم (AB)
2	المجموعة E_2 للنقط M حتى يكون Z تخيليا صرفا هي:	المستقيم (OA) باستثناء A	دائرة مركزها A ونصف قطرها 1 باستثناء B	دائرة مركزها B ونصف قطرها 1 باستثناء A
3	المجموعة E_3 للنقط M حتى تكون $\|Z\|=1$ هي:	مستقيم معادلته $x=0$	مستقيم معادلته $x=-1$	مجموعة خالية
4	المعادلة $Z=\bar{z}-1$ تقبل:	حلا وحيدا	حلين متمايزين	ثلاثة حلول

تمرين 2 (05نقاط)

كيس يحتوي على خمس كريات حمراء مرقمة من 1 إلى 5، و أربع كريات سوداء تحمل الأرقام التالية: 0، 1، 1، 2.

نسحب عشوائيا من هذا الكيس وبلا اختيار ثلاث كريات في آن واحد. نعتبر الحوادث التالية:

الحادثة A: سحب ثلاث كريات من نفس اللون.

الحادثة B: سحب كرية حمراء مرقمة بـ 1 وكرية سوداء واحدة فقط مرقمة بـ 1.

الحادثة C: سحب كريتين فقط تحملان رقمين متساويين أو ثلاث كريات مرقمة بنفس الرقم.

الحادثة D: سحب ثلاث كريات تحمل ثلاثة أرقام مختلفة مثنى مثنى.

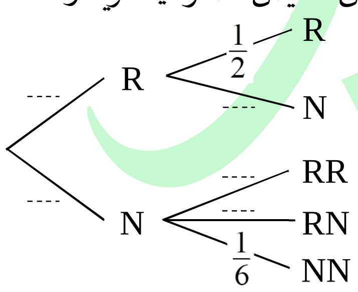
1) احسب الاحتمالات $p(A)$، $p(B)$، $p(C)$، واستنتج حساب الاحتمال $p(D)$.

2) احسب $p(A\cap D)$ و $p_{\bar{A}}(D)$ احتمال الحادثة D علما أنّ الكريات المسحوبة من لونين مختلفين.

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب، عدد الكريات الحمراء التي تحمل رقما فرديا.

عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X، واحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

4) نسحب الآن كرية واحدة من الكيس. إذا ظهرت كرية حمراء نضعها جانبا ونسحب من الكيس عشوائيا كرية واحدة، وإذا ظهرت كرية سوداء نعيدها إلى الكيس ونسحب منه عشوائيا كريتين في آن واحد.



أ) أنقل ثم أكمل شجرة الإحتمالات المقابلة التي تنمذج هذه الوضعية.

ب) احسب احتمال أن يوجد على الأقل ثلاث كريات سوداء في الكيس.

(في كل التمرين، تعطى النتائج على شكل كسور غير قابلة للاختزال)

تمرين3 (04نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدها الأول u_0، حيث $u_0 = 0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = u_n + \ln(n+2)$.

1) بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $\ln(n+2) > 0$ ثم ادرس اتجاه تغيّر المتتالية (u_n).

2) برهن بالتراجع أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n = \ln[(n+1)!]$.

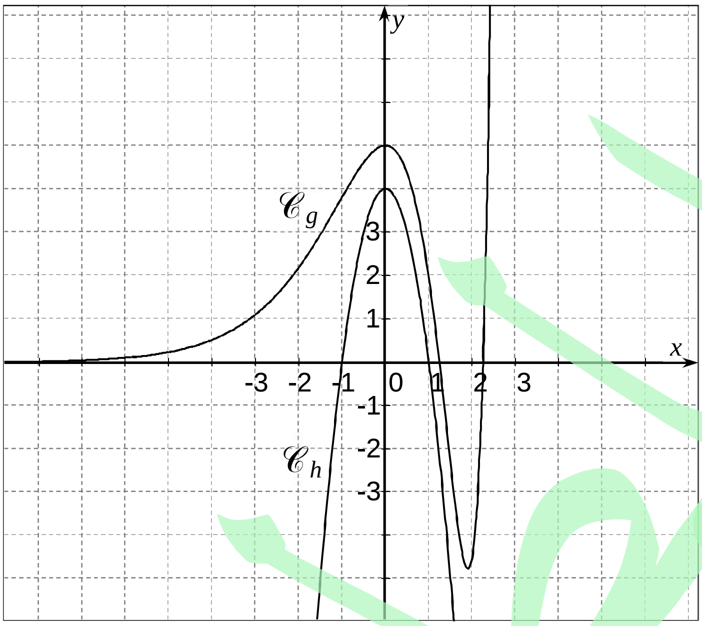
3) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = \dfrac{e^{u_n}}{n!} + n$.

أ) تحقّق أنّ: $v_n = 2n+1$، ثم استنتج طبيعة المتتالية (v_n)، واحسب حدّها الأول v_0.

ب) نضع من أجل كل عدد طبيعي n، $P_n = e^{v_0} \times e^{v_1} \times \ldots \times e^{v_n}$ و $S_n = \dfrac{1}{e^{v_0}} + \dfrac{1}{e^{v_1}} + \ldots + \dfrac{1}{e^{v_n}}$.

احسب P_n و S_n بدلالة n، واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

تمرين4 (07نقاط)



I- في الشكل المقابل $(\mathscr{C}_g)$ و $(\mathscr{C}_h)$ التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين g و h المعرّفتين على $\mathbb{R}$ بـ:

$g(x) = e^{2x} + 2(2-3x)e^x$ و $h(x) = -4x^2 + 4$.

1) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = 0$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$.

2) بقراءة بيانية، حدّد وضعية $(\mathscr{C}_g)$ بالنسبة لـ $(\mathscr{C}_h)$.

3) استنتج مما سبق إشارة $g(x) - h(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- f دالة معرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{e^x - 2}{e^x - 2x} + x + 1$.

$(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$، وبيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

ب) بيّن أنّ: من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $f'(x) = \dfrac{g(x) - h(x)}{(e^x - 2x)^2}$. استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج) بيّن أنّ معادلة المماس (T) للمنحني $(\mathscr{C}_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة x_0 حيث $x_0 = 0$ هي: $y = x$.

2) أ) بيّن أنّ $(\mathscr{C}_f)$ يقبل مستقيمين مقاربين مائلين (Δ) و (Δ') معادلتاهما على الترتيب: $y = x+1$ و $y = x+2$.

ب) نفرض أنّ: من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}$، $e^x > 2x$. ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة لكل من (Δ) و (Δ').

ج) نفرض أنّ: من أجل كل عدد x من $\mathbb{R}$، $e^x \geq x+1$. ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة للمماس (T).

3) احسب $f(1{,}6)$، ثم ارسم المماس (T)، المستقيمين المقاربين المائلين (Δ) و (Δ')، والمنحني $(\mathscr{C}_f)$.

4) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة $e^x(1-m) = 2(1-mx)$ حلين مختلفين في الإشارة.

5) λ عدد حقيقي أكبر تماما من 1. احسب المساحة $\mathcal{A}(\lambda)$ للحيّز المستوي المحدّد بالمنحني $(\mathscr{C}_f)$ والمستقيمات المعرّفة بالمعادلات التالية: $y = x+2$، $x = 1$ و $x = \lambda$، ثم عيّن نهاية $\mathcal{A}(\lambda)$ عندما λ يؤول إلى ما لا نهاية.

III- (u_n) المتتالية العددية المعرّفة بحدّها الأول u_0، حيث $u_0 = -1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = f(u_n)$.

بيّن أنّ: من أجل كل عدد طبيعي n، $-1 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 0$. استنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.