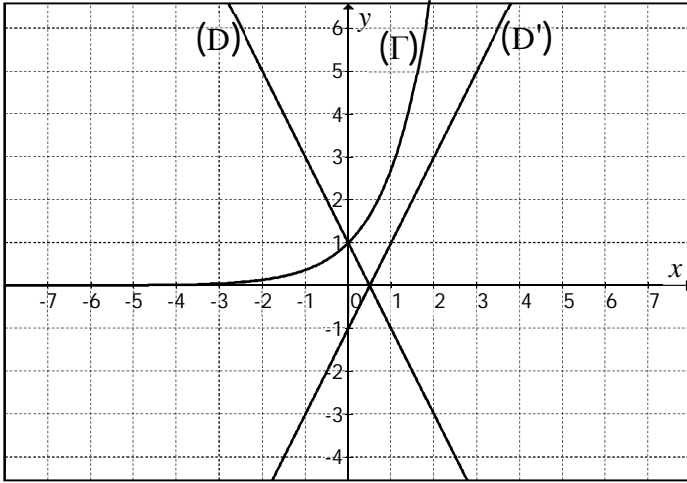


اختبار

الفصل الأول

تمرين 1 (9 نقاط)



- 1- في الشكل المقابل (Γ) ، و (D) و (D') على الترتيب التمثيلات البيانية للدوال العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ:
 $x \mapsto e^x$ ، $x \mapsto -2x+1$ و $x \mapsto 2x-1$.
 و v و u الدالتان العدديتان المعرفتان على \mathbb{R} بـ:
 $v(x) = e^x - 2x + 1$ و $u(x) = e^x + 2x - 1$.
 (1) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي x وضعية (Γ) بالنسبة لكل من المستقيمين (D) و (D') .
 (2) استنتج إشارة كل من $v(x)$ و $u(x)$ على \mathbb{R} .

1-1 الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbb{R} بـ: $f(x) = \frac{e^x + 2x - 1}{e^x - 2x + 1}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أ) بيّن أنّ: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ ، ثم فسّر هاتين النهايتين هندسياً .

ب) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (d) ذي المعادلة $y = 1$.

(2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f'(x) = \frac{2(-2x+3)e^x}{(e^x - 2x + 1)^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها. (اعتبر $f\left(\frac{3}{2}\right) = 2,6$)

(3) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$ ، ثم فسّر هذه النهاية هندسياً .

ب) اكتب معادلة Δ مماس المنحني (C) عند المبدأ O .

(4) أ) ارسم المماس Δ والمنحني (C) . (وحدة الرسم 2cm)

ب) عيّن بيانياً قيم الوسيط الحقيقي m ($m \neq 0$) التي من أجلها تقبل المعادلة: $f(x) = \frac{x}{m}$ ثلاثة حلول متمايزة،

أحدهم فقط سالب تماماً .

(5) الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $g(x) = (f(x))^2 - 2f(x)$.

احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة g .

1-1-1 الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f_k(x) = \frac{e^x - 2kx + k}{e^x - 2x + 1}$. حيث k وسيط حقيقي .

ليكن (C_k) تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) بيّن أنّ كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطة ثابتة I (مستقلة عن k) يطلب تعيين إحداثيتها .

(2) بيّن أنّه من أجل كل x من \mathbb{R} ، $f'_k(x) = \frac{(k-1)(2x-3)e^x}{(e^x - 2x + 1)^2}$ ، ثم ادرس اتجاه تغيّر f_k من أجل $k < 1$ و $k > 1$.

(3) عيّن قيمة k_0 التي من أجلها المنحنيين (C) و (C_{k_0}) متناظران بالنسبة للمستقيم (d) ، وارسم (C_{k_0}) في المعلم السابق .

تمرين 2 (8 نقاط)

I- الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - 3 + \ln x$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$.

(2) بين أن الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0; +\infty[$.

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2, 20 < \alpha < 2, 21$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- الدالة العددية المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ، أعط تفسيراً هندسياً للنتيجة، ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (ضع $t = \sqrt{x}$).

(2) أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) أ) ادرس الوضعية النسبية للمنحنيين (C) و (C')، حيث (C') هو محني الدالة: $x \mapsto \sqrt{x}$.

ب) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - \sqrt{x})$ ، ثم فسّر النتيجة بيانياً.

(4) أ) بين أن $f(\alpha) = \frac{2(\alpha-1)}{\sqrt{\alpha}}$ ، ثم أعط حصراً للعدد $f(\alpha)$ سعته $0,02$.

ب) بين أنه توجد فاصلة وحيدة x_0 حيث المماس لـ (C) والمماس لـ (C') عند x_0 متوازيان.

(5) أ) أنشئ المماس (Δ) لـ (C) عند 1 ، والمنحنيين (C) و (C') في المعلم نفسه. (تأخذ $f(\alpha) = 1,6$)

ب) ناقش بيانياً، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، وجود وعدد حلول المعادلة: $f(x) = -x + m^2$.

(6) الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{ \frac{\alpha}{2} \right\}$ بـ: $h(x) = f(|2x - \alpha|)$.

أ) ادرس اتجاه تغير الدالة h على المجال $\left] \frac{\alpha}{2}; +\infty \right[$ (النهايات غير مطلوبة).

ب) بين أن $x = \frac{\alpha}{2}$ هي معادلة لمحور تناظر المنحني الممثل للدالة h ، ثم شكّل جدول تغيرات h .

تمرين 3 (3 نقاط)

g الدالة المعرفة والقابلة للاشتقاق على \mathbb{R} . f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $f(x) = \frac{g(x)}{x+1}$ ، حيث $f(0) = 1$.

نعتبر المعادلتين التفاضليتين التاليتين: (E) $y' - y = 0 \dots$ و (F) $y' - y = -\frac{e^x}{(x+1)^2} \dots$

(1) احسب $g(0)$ ، ثم عيّن عبارة $g(x)$ إذا علمت أن g حل للمعادلة التفاضلية (E).

(2) عيّن عبارة $f(x)$ ، ثم بين أن الدالة f هي حل للمعادلة التفاضلية (F).

(3) عيّن الحل h للمعادلة التفاضلية $y' - y = \frac{e^x}{(x+1)^2}$ ، إذا علمت أن $h(0) = 0$.

