المادّة: رياضيات
المستوى: 3 ت إ

التوقيت: 2سا و30د
التاريخ: 2022/12/07

# امتحان الفصل الأوّل

**التمرين الأول: (4 نقاط)**

$(u_n)$ متتالية عددية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0=-2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+1$

**1)** أحسب الحدود $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ ثم ضع تخمينًا حول اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$

**2)** برهن بالتراجع أنّه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$ فإنّ: $u_n<2$

**3)** جد اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ واستنتج أنها متقاربة.

**4)** لتكن $(v_n)$ متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=2u_n-4$

أ) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول.

**ب)** عبّر عن $v_n$ بدلالة $n$ ، ثم استنتج أنّه من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$ فإنّ: $u_n=-4\times\left(\frac{1}{2}\right)^n+2$

**ت)** أحسب نهاية المتتالية $(u_n)$.

**4)** أحسب بدلالة $n$ المجموع: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$ .

**التمرين الثاني: (6 نقاط)**

$(u_n)$ متتالية حسابية معرّفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقتين: $-u_0=8+u_2$ و $u_0-5u_1=22$

**1)** بيّن أنّ $u_1=-4$ ثم استنتج قيمة $u_0$.

**2)** أحسب الأساس $r$ ثم بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n=-6n+2$

**3)** أحسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

**4)** استنتج بدلالة $n$ الجداء $P_n$ حيث: $P_n=3^2\times3^{-4}\times3^{-10}\times...\times3^{-6n+2}$

$(v_n)$ متتالية عددية معرّفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{6}u_n+\frac{2}{6}}$

**1)** بيّن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول.

**2)** أحسب بدلالة $n$ المجموع $T_n$ حيث: $T_n=v_0+v_1+...+v_n$



www.ecolerradja.com
www.fb.com/ecolerradja

**التمرين الثالث: (10 نقاط)**

**I-** نعتبر الدالة $f$ المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ كما يلي: $f(x)=a+\dfrac{b}{x^2-2x-3}$

ليكن $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$

- عيّن العددين الحقيقين $a$ و $b$ بحيث المنحني $(\mathcal{C})$ يشمل النقطة $A(-3;0)$ و يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$ موازي لمحور الفواصل.
- نضع فيما يلي: $a=1$ و $b=-12$

**1)** تحقق أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ فإنّ: $f(x)=\dfrac{x^2-2x-15}{x^2-2x-3}$

**2)** أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا.

**ب-** أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to3\\ <}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to3\\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا.

**3)** أدرس وضعية المنحني $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y=1$.

**4)** أ- بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ فإنّ: $f'(x)=\dfrac{24x-24}{(x^2-2x-3)^2}$

**ب-** أدرس اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

**5)** أثبت أنّ المستقيم ذو المعادلة $x=1$ محور تناظر للمنحني $(\mathcal{C})$.

**6)** أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحني $(\mathcal{C})$ عند النقطة $(5;0)$.

**7)** عيّن احداثيات نقط تقاطع $(\mathcal{C})$ مع محوري الإحداثيات.

**8)** أنشئ المنحني $(\mathcal{C})$ و المماس $(T)$.

**II-** نعتبر الدالة $g$ المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;3\}$ بـ: $g(x)=|f(x)|$

**1)** أدرس اشارة الدالة $f$ ثم عرّف الدالة $g$ دون رمز القيمة المطلقة.

**2)** استنتج اتجاه تغير الدالة $g$ وشكل جدول تغيراتها.

**3)** اشرح كيفية انشاء $(C_g)$ انطلاقا من $(\mathcal{C})$ ثم أنشئه في نفس المعلم بلون مغاير.

**4)** حل جبريا في $\mathbb{R}$ المعادلة: $g(x)=\dfrac{20}{x^2-2x-3}$.

مدرسة "الرجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradjaa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE