مؤسّسة الرّجاء والتّفوق الخاصّة (بوزريعة)

السنة الدراسية: 2022-2023 | المادة: رياضيات

المستوى: 3 لغات أجنبية | الأستاذ: بن مسعود

تصحيح اختبار الفصل الأول

التمرين الأول:

1. $a=743\times4+1$ ومنه باقي قسمة a على 4 هو 1.

$b=505\times4+3$ ومنه باقي قسمة b على 4 هو 3.

$c=361\times4+0$ ومنه باقي قسمة c على 4 هو 0.

ونكتب: $a\equiv1[4]$ ، $b\equiv3[4]$ و $c\equiv0[4]$.

2. لدينا: $a+b+c\equiv1+3+0[4]$ أي: $a+b+c\equiv4[4]$ ،

ومنه: $a+b+c\equiv0[4]$، إذا $a+b+c$ يقبل القسمة على 4.

3. لدينا: $b\equiv3[4]$ أي: $b\equiv3-4[4]$، نجد: $b\equiv-1[4]$.

لدينا: $a\equiv1[4]$ أي: $a^b\equiv1^{2023}[4]$، ومنه: $a^b\equiv1[4]$.

لدينا: $b\equiv-1[4]$ أي: $b^a\equiv(-1)^{2973}[4]$، ومنه: $b^a\equiv-1[4]$.

حسب خاصية الجمع: $a^b+b^a+c\equiv1-1+0[4]$ ،

ومنه: $a^b+b^a+c\equiv0[4]$.

4. لدينا: $a\equiv1[4]$ و $1962\equiv2[4]$

ومنه يكون: $an+1962\equiv0[4]$ إذا كان: $n+2\equiv0[4]$

أي: $n\equiv2[4]$ نجد: $n=4k+2$ حيث $k\in\mathbb{N}$.

يكون $n<12$ لما: $4k+2<12$ أي: $k<\frac{10}{4}$ ،

ومنه: $k\in\{0,1,2\}$ نجد: $\boxed{n\in\{2,6,10\}}$.

التمرين الثاني:

1. لدينا: $200=7\times28+4$ ، ومنه باقي قسمة 200 على 7 هو 4

وحاصل قسمة 200 على 7 هو 28.

2. $7\times28<200<7\times(28+1)$ أي: $196<200<203$

3. $200=2^3\times5^2$ ، عدد قواسم 200 : $(3+1)(2+1)=12$

$D_{200}=\{1,2,4,5,8,10,20,25,40,50,100,200\}$

(ملاحظة: يمكن استعمال الشجرة لتعيين قواسم العدد 200.)

التمرين الثالث:

1. لدينا: $u_0+u_1+u_2=24$،

نعلم أن: $u_0+u_2=2u_1$، (الوسط الحسابي)،

معناه: $2u_1+u_1=24$ ، أي: $3u_1=24$ ، نجد: $\boxed{u_1=8}$.

2. لدينا: $4u_0-u_1=0$، أي: $4u_0-8=0$، نجد: $\boxed{u_0=2}$.

3. نعلم أن: $r=u_1-u_0$، ومنه: $r=8-2$، أي: $\boxed{r=6}$.

نعلم أن: $u_n=u_0+nr$، ومنه: $\boxed{u_n=6n+2}$.

4. نحسب أولا u_{n+1}: $u_{n+1}=6(n+1)+2=6n+8$.

لدينا: $u_{n+1}+u_n=10(n+2)$، ومنه: $6n+8+6n+2=10n+20$،

بمعنى: $12n+10=10n+20$ ، أي: $2n=10$، نجد: $\boxed{n=5}$.

5. لدينا: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$، معناه: $S_n=\left(\frac{n}{2}\right)(u_1+u_n)$ ،

أي: $S_n=\left(\frac{n}{2}\right)(8+6n+2)$، نجد: $\boxed{S_n=3n^2+5n}$.

التمرين الرابع:

1. لدينا: $v_n=4\times3^n$، أي: $v_{n+1}=4\times3^{n+1}$.

لدينا: $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{4\times3^{n+1}}{4\times3^n}=3$، ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=3$.

2. لدينا: $v_{n+1}-v_n=4\times3^{n+1}-4\times3^n$،

أي: $v_{n+1}-v_n=4\times3^n\times3-4\times3^n$ ،

معناه: $v_{n+1}-v_n=4\times3^n\times(3-1)$، أي: $v_{n+1}-v_n=4\times3^n\times2$،

بما أن: $v_{n+1}-v_n>0$، فإن (v_n) متتالية متزايدة.

3. أ) لدينا: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$، معناه: $S_n=v_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)$،

أي: $S_n=4\left(\frac{3^{n+1}-1}{3-1}\right)$، نجد: $\boxed{S_n=2\left(3^{n+1}-1\right)}$.

ب) لدينا: $S_n=484$، معناه: $2\left(3^{n+1}-1\right)=484$،

أي: $3^{n+1}-1=242$ ، ومنه: $3^{n+1}=243$.

نعلم أن: $3^5=243$. ومنه: $n+1=5$، نجد: $\boxed{n=4}$.

من إعداد: الأستاذ بن مسعود