تصحيح الإختبار الثاني

التمرين الأول:

1) خطأ. التعليل: (C_f) منحنى الدالة f هو صورة منحنى الدالة جذر تربيعي بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\binom{-1}{-2}$. (0,5)

2) صحيح. لدينا $\vec{v}\binom{1}{3}$ شعاع توجيه (0,5)
معناه: $3x-y+c=0$
يمر بالنقطة $A(\frac{1}{2};\frac{3}{2})$ معناه: (0,5)
$3\times(\frac{1}{2})-\frac{3}{2}+c=0 \Rightarrow c=0$
ومنه معادلة المستقيم هي: $3x-y=0$

3) خطأ. لدينا الدالة g هي: $g(x)=\frac{1}{x}-\frac{3}{2}$ (0,5)
في المجال $]0;+\infty[$ نفرض: $x_1 \le x_2$
$-\frac{3}{2}+\frac{1}{x_1} \geq \frac{1}{x_2}-\frac{3}{2}$ (0,5)
ومنه الدالة g متناقصة على المجال $]0;+\infty[$

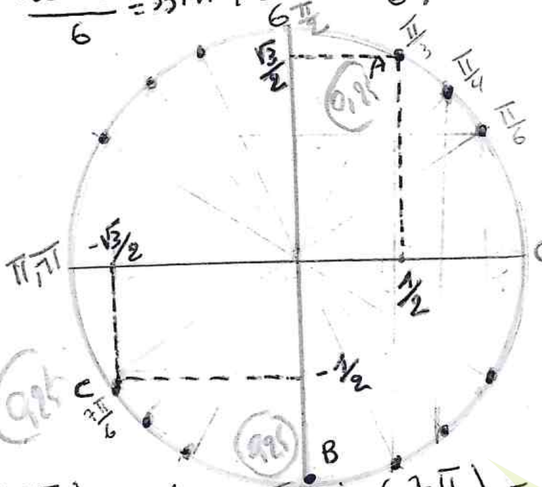
4) صحيح. لدينا: $\vec{DC}+3\vec{CB}+4\vec{BD}=\vec{0}$ (0,5)
$\vec{DC}+3\vec{CD}+3\vec{DB}+4\vec{BD}=\vec{0}$
$2\vec{CD}+\vec{BD}=\vec{0} \Rightarrow 2\vec{CD}=\vec{DB}$ (0,5)
$\vec{CD}=\frac{1}{2}\vec{DB}$
ومنه الشعاعان $\vec{CD}$ و $\vec{DB}$ مرتبطان خطيا إذا النقط B ، C ، D على استقامة واحدة.

5) خطأ. لدينا: (0,5)
$(\Delta_m): mx+(m+2)y-11=0$ معناه:
$y=\frac{-m}{m+2}x+\frac{11}{m+2}$
يوازي المستقيم ذو المعادلة $y=\frac{3}{2}x-1$ معناه:
$\frac{-m}{m+2}=\frac{3}{2}$ (0,5)
$-2m=3m+6$
$-5m=6 \Rightarrow m=-\frac{6}{5}$

التمرين الثاني:

1) التحويل:
$\frac{5\pi}{8}=\frac{180\times 5}{8}$
$=112,5^\circ$ (0,5)
لدينا: $\pi \longrightarrow 180^\circ$
$x \longrightarrow 67,5$
$x=\frac{67,5\pi}{180}=\frac{3\pi}{8}$ (0,5)

2) تعليم النقط A ، B و C على الدائرة المثلثية:
$A=\frac{7\pi}{3}=2\pi+\frac{\pi}{3}=\frac{\pi}{3}+2k\pi$ (0,25)
$B=-\frac{66\pi}{4}=-16\pi-\frac{\pi}{2}=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$ (0,25)
$C=\frac{2023\pi}{6}=337\pi+\frac{\pi}{6}=\frac{7\pi}{6}+2k\pi$ (0,25)



$\cos(\frac{7\pi}{3})=\frac{1}{2}$ (0,25) ; $\sin(\frac{7\pi}{3})=\frac{\sqrt{3}}{2}$ (0,25)
$\cos(-\frac{66\pi}{4})=0$ (0,25) ; $\sin(-\frac{66\pi}{4})=-1$ (0,25)
$\cos(\frac{2023\pi}{6})=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (0,25) ; $\sin(\frac{2023\pi}{6})=-\frac{1}{2}$ (0,25)

3) لدينا: $\cos(x)=-\frac{3}{5}$
ومنه:
$\cos^2(x)+\sin^2(x)=1$
$(\frac{-3}{5})^2+\sin^2(x)=1$
$\frac{9}{25}+\sin^2(x)=1 \Rightarrow \sin^2(x)=1-\frac{9}{25}$
$\Rightarrow \sin^2(x)=\frac{16}{25}$
$\Rightarrow \sin(x)=\frac{4}{5}$ (0,5)
$\sin(x)=-\frac{4}{5}$ مرفوض

ومنه:
$\cos(\pi-x)+\sin(2\pi-x)=-\cos(x)-\sin(x)$
$=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}=-\frac{1}{5}$ (0,5)

4) أ/ تبيين أن: $A(x)=2\sin(x)+\sqrt{3}$
لدينا:
$A(x)=2\sin(\pi-x)+\cos(\pi+x)-2\sin(\frac{2023\pi}{3}+\pi)-\cos(\frac{-1449\pi}{4}+x)$

$A(x) = 2\sin(x) - \cos(x) - 2\sin(\frac{\pi}{3}+\pi) - \cos(-361\pi + x)$ 0,25 0,25 0,25 0,25

$= 2\sin(x) - \cos x + 2\sin(\frac{\pi}{3}) - \cos(\pi + x)$

$= 2\sin x - \cancel{\cos x} + 2\frac{\sqrt{3}}{2} - \cancel{\cos x}$

$A(x) = 2\sin x + \sqrt{3}$

ب/ حل المعادلة: $A(x)=0$ في المجال $]-\pi;\pi[$:

لدينا $A(x) = 0 \Rightarrow 2\sin(x) + \sqrt{3} = 0$ 0,25

ومنه: $\begin{cases} x_1 = -\frac{\pi}{3} \\ x_2 = -\frac{2\pi}{3} \end{cases}$ 0,25 0,25

5) تبيين أن: $\frac{1}{\tan^2(x)} - \cos^2(x) = \frac{1}{\tan^2(x)} \times \cos^2(x)$

$\frac{1}{\tan^2(x)} - \cos^2(x) = \frac{1}{\frac{\sin^2(x)}{\cos^2(x)}} - \cos^2(x)$

$= \frac{\cos^2(x)}{\sin^2(x)} - \cos^2(x)$ 0,5

$= \cos^2(x)\left(\frac{1}{\sin^2(x)} - 1\right)$

$= \cos^2(x)\left(\frac{1-\sin^2(x)}{\sin^2(x)}\right)$

$= \cos^2(x)\left(\frac{\cos^2(x)}{\sin^2(x)}\right)$

$= \cos^2(x) \times \frac{1}{\tan^2(x)}$

التمرين الثالث:

1) 1/ إيجاد قيمة b حتى تقبل المعادلة $f(x)=0$ حلاً مضاعفاً معناه:

$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4\times a \times c = 0$

$\Rightarrow b^2 - 4\times 1 \times \frac{1}{4} = 0$

$\Rightarrow b^2 - 1 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ \text{أو} \\ b = -1 \end{cases}$ 0,25

الحل: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$ اذا كان $b=1$. 0,25

$x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$ اذا كان $b=-1$ 0,25

2) 2/ الشكل النموذجي:

$a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$

$1\left[\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{0}{4}\right]$ 0,25

الشكل النموذجي هو: $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$

3/ حل المعادلة: $f(x) - (3x-1)(2x+1) = 0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - (3x-1)(2x+1) = 0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - (3x-1)2\times\left(x+\frac{1}{2}\right) = 0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)\left[\left(x+\frac{1}{2}\right) - 2(3x-1)\right] = 0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)\left[x+\frac{1}{2} - 6x + 2\right] = 0$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(-5x+\frac{5}{2}\right) = 0$ 0,25

ومنه: $\begin{cases} x+\frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \\ -5x + \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \end{cases}$ 0,25 0,25

ب/ حل المعادلة: $x^2+2x-3=0$:

$\Delta = b^2 - 4\times a\times c$

$\Delta = 16$

ومنه: $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = 1$ 0,25

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = -3$ 0,25

استنتاج حلول المتراجحة: $\frac{x f(x)}{x^2+2x-3} \leq 0$

باستعمال جدول الإشارات:

x	$-\infty$		-3		$-\frac{1}{2}$		0		1		$+\infty$
x	0,25	−		−		−	0	+		+	
$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$	0,25	+		+	0	+		+		+	
x^2+2x-3	0,25	+	0	−		−		−	0	+	
$\frac{x f(x)}{x^2+2x-3}$	0,25	−	‖	+	0	+	0	−	‖	+	

$\frac{x f(x)}{x^2+2x-3} \leq 0 \Rightarrow x \in]-\infty;-3[\cup [0;1[$ 0,25

2/ حل المعادلة: $\sin^2(x)+2\sin(x)-3=0$

بوضع: $X=\sin(x)$ معناه: $X^2+2X-3=0$

ومنه: (0,5)

$$\begin{cases} X=1 \\ X=-3 \Rightarrow \sin(x)=-3 \end{cases}$$ مرفوض

$X=1 \Rightarrow \sin(x)=1 \Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$

3) أ/ تغيرات الدالة f :

على المجال $[-\frac{1}{2};+\infty[$:

نفرض: $-\frac{1}{2}\le x_1\le x_2$

(0,25) $0\le x_1+\frac{1}{2}\le x_2+\frac{1}{2}$

$0\le (x_1+\frac{1}{2})^2\le (x_2+\frac{1}{2})^2$

لأن الدالة مربع متزايدة على $[0,+\infty[$

ومنه الدالة f متزايدة على المجال $[-\frac{1}{2};+\infty[$

على المجال: $]-\infty;-\frac{1}{2}]$

نفرض: $x_1\le x_2\le -\frac{1}{2}$

(0,25) $x_1+\frac{1}{2}\le x_2+\frac{1}{2}\le 0$

$(x_1+\frac{1}{2})^2\ge (x_2+\frac{1}{2})^2\ge 0$

لأن الدالة مربع متناقصة $]-\infty,0]$

ومنه الدالة f متناقصة على المجال $]-\infty;-\frac{1}{2}]$.

ب/ جدول التغيرات:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	↘	0	↗

(0,25)

نستنتج أن الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند $x=-\frac{1}{2}$ وقيمتها 0 . (0,25)

4) أ/ التحقق:

$g(x)=-2+\frac{1}{x+1}=\frac{-2(x+1)+1}{x+1}=\frac{-2x-2+1}{x+1}$

(0,25) $=\frac{-2x-1}{x+1}$

تغيرات الدالة g :

على المجال $]-1;+\infty[$

نفرض: $-1\le x_1\le x_2$

$x_1+1\le x_2+1$ (0,25)

$\frac{1}{x_1+1}\ge\frac{1}{x_2+1}$

$-2+\frac{1}{x_1+1}\ge -2+\frac{1}{x_2+1}$

ومنه الدالة متناقصة على المجال $]-1;+\infty[$

على المجال: $]-\infty;-1[$

نفرض: $x_1\le x_2<-1$

$x_1+1\le x_2+1$ (0,25)

$\frac{1}{x_1+1}\ge\frac{1}{x_2+1}$

$-2+\frac{1}{x_1+1}\ge -2+\frac{1}{x_2+1}$

ومنه الدالة متناقصة

على المجال $]-\infty,-1[$

5/ رسم (Cf) هو انسحاب للدالة مربع بالشعاع $\vec{V}\binom{-\frac{1}{2}}{0}$ (0,25)

رسم (Cg) هو انسحاب للدالة مقلوب بالشعاع $\vec{u}\binom{-1}{-2}$. (0,25)

4/ب/ نقط تقاطع (Cg) مع محوري الإحداثيات:

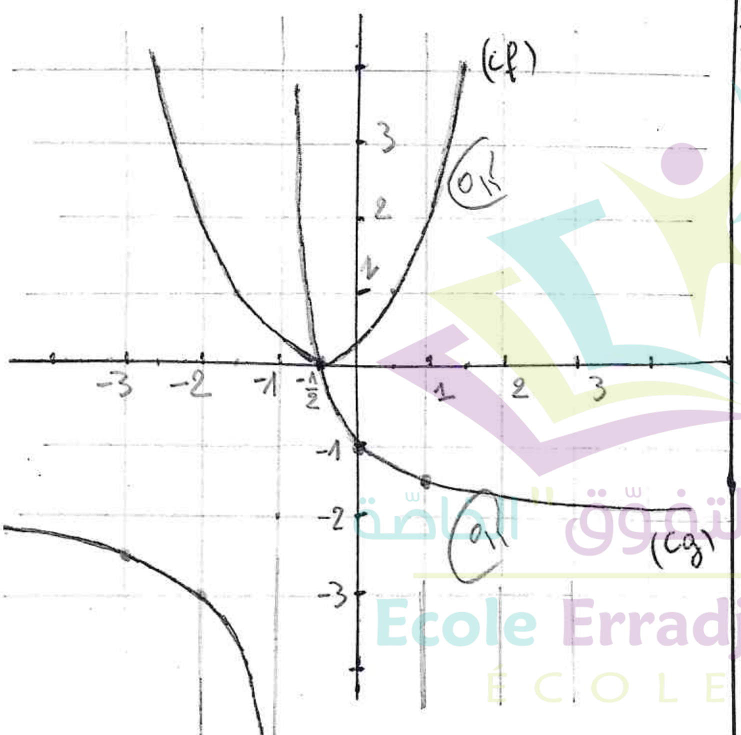
مع محور الفواصل: $A(-\frac{1}{2},0)$ (0,25)

$f(x)=0 \Rightarrow -2x-1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

مع محور التراتيب: $B(0,-1)$ (0,25)

$f(0)=-1$

الرسم البياني:



ب/ حلول المتراجحة: $g(x)\le f(x)$

$x\in]-\infty;-1[\cup[-\frac{1}{2};+\infty[$

(0,5)