

التوقيت: 3 سا

التاريخ: 2023/03/08

المادة: رياضيات

المستوى: 3 ت إ

## امتحان الفصل الثاني

### التمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = e^x + 4e^{-x} - 5$  و ليكن  $(\mathcal{C})$  تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس. اختر اقتراح واحد من بين الاقتراحات الثلاثة لكل سؤال مع التعليل:

| السؤال  | الإقتراح الأول                  | الإقتراح الثاني                 | الإقتراح الثالث             |
|---|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|
| المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين في $\mathbb{R}$ هما:    | $\ln 4$ ، $\ln 2$               | 1 ، 4                           | 0 ، $\ln 4$                 |
| (C) يقبل مماس عند النقطة ذات الفاصلة 0 معادلته:       | $y = 3x + 1$                    | $y = -3x$                       | $y = 3x$                    |
| الدالة الأصلية لـ $f$ و التي تنعدم عند $x = 0$ :      | $F(x) = e^x + 4e^{-x} - 5x + 3$ | $F(x) = e^x - 4e^{-x} - 5x + 3$ | $F(x) = e^x - 4e^{-x} - 5x$ |
| $m$ القيمة المتوسطة للدالة $f$ على المجال $[0;1]$ هي: | $m = e - \frac{4}{e} - 2$       | $m = e - \frac{4}{e} + 3$       | $m = \frac{1}{e} - 5$       |

### التمرين الثاني: (4 نقاط)

**I-** نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بعدها الأول  $u_0 = 12$  و بالعلاقة:  $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

(1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $u_n > 3$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ . واستنتج تقاربها.

**II-** لتكن المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $v_n = u_n + \alpha$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.

(1) عين قيمة  $\alpha$  حتى تكون  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{2}{3}$  يطلب تعيين حدها الأول.

(2) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

(4) ما طبيعة المتتالية  $(w_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $w_n = \ln(v_n)$

(5) أحسب المجموع  $s_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $s_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

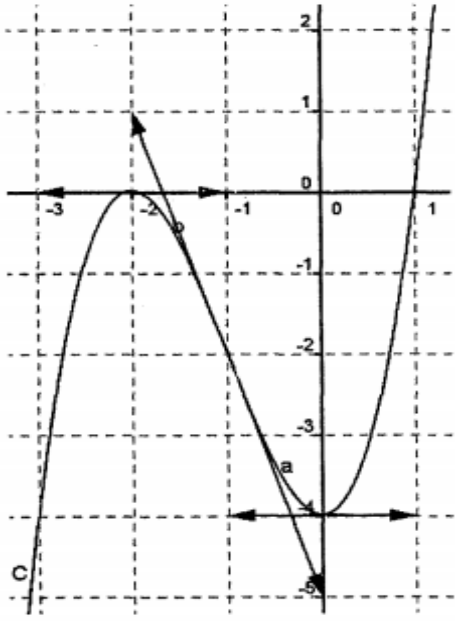
(6) أحسب الجداء  $p_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $p_n = (u_0 - 3) \times (u_1 - 3) \times \dots \times (u_n - 3)$

### التمرين الثالث: (4 نقاط)

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بمنحناها البياني (C) في معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . مماس للمنحني

عند النقطة  $I(-1, -2)$  (الشكل المقابل)

بالقراءة البيانية:



(1) أدرس إشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(2) عين إشارة  $f(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

(3) أدرس الوضع النسبي لـ (C) و (T).

(4) أحسب  $f(-1)$ ,  $f'(-1)$ ,  $f''(-1)$ .

(5) أنشئ جدول تغيرات الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g : x \rightarrow [f(x)]^2$

(6) اعتمادا على (C) أنشئ (C') منحنى الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$h : x \rightarrow |f(x)| - 1$$

(7) نفرض عبارة الدالة  $f$  هي:  $f(x) = ax^3 + bx^2 - 4$  حيث  $a$  و  $b$  أعداد حقيقية. عين  $a$  و  $b$ .

### التمرين الرابع: (8 نقاط)

I- لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = -2x^2 + 2 - \ln x$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها

(2) أحسب  $g(1)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0, +\infty[$

II- الدالة  $f$  معرفة على  $]0, +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{-1 + \ln x}{x} - 2x + 2e$

(C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

(1) عين نهايتي الدالة  $f$  عند حدود مجموعة التعريف

(2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-2x + 2e)]$  فسر النتيجة بيانيا.

(3) أدرس الوضع النسبي لـ (C<sub>f</sub>) و (Δ) ذو المعادلة  $y = -2x + 2e$

(4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]0, +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

(5) استنتج تغيرات الدالة  $f$  وشكل جدول تغيراتها

(6) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $a$  حيث:  $0.4 < a < 0.5$

(7) أنشئ (C<sub>f</sub>) و (Δ).

(8) أحسب التكامل:  $I = \int_1^2 \frac{-1 + \ln x}{x} dx$  (لاحظ أن:  $\frac{-1 + \ln x}{x} = \frac{1}{x}(-1 + \ln x)$ )

(9) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C<sub>f</sub>) و محور الفواصل والمستقيمين:  $x = 1$  و  $x = 2$