تصحيح اختبار الفصل الثاني

التمرين الأول:

1. لدينا: $u_0+2u_1+3u_2=46 \dots (*)$ ، ولدينا $r=2$ ،

نعلم أن: $u_1=u_0+r$ ، أي: $u_1=u_0+2$ ،

ونعلم أن: $u_2=u_0+2r$ ، أي: $u_2=u_0+4$ ،

تصبح $(*)$: $u_0+2(u_0+2)+3(u_0+4)=46$ ،

أي: $6u_0+16=46$ ، معناه: $6u_0=30$ ، نجد: $\boxed{u_0=5}$.

2. نعلم أن: $u_n=u_0+nr$ ، ونعلم أن: $r=2$ و $u_0=5$ ،

ومنه: $u_n=5+2n$.

3. لدينا: $u_n=2023$ ، أي: $2n+5=2023$ ، بمعنى: $2n=2018$ ،

نجد: $\boxed{n=1009}$. ومنه 2023 حد من حدود المتتالية (u_n) ، ورتبته هي 1010.

4. حساب المجموع S:

لدينا: $S=u_0+u_1+\dots+u_{1009}$ ، ومنه: $S=\left(\frac{1010}{2}\right)(u_0+u_{1009})$ ،

أي: $S=505(5+2023)$ ، نجد: $\boxed{S=1024140}$.

5. أ) لدينا: $v_n=2^{u_n}$ أي: $v_n=2^{2n+5}$.

تكون (v_n) هندسية إذا كان $\frac{v_{n+1}}{v_n}=q$ حيث q عدد حقيقي.

لدينا: $v_{n+1}=2^{2(n+1)+5}$ ، معناه: $v_{n+1}=2^{2n+7}$.

أي: $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{2^{2n+7}}{2^{2n+5}}=4$ ، ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=4$.

حدها الأول: $v_0=2^{2(0)+5}=32$.

ب) حساب المجموع S_n:

لدينا: $S_n=v_0+v_1+\dots+v_n$ ، أي: $S_n=v_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right)$ ،

أي: $S_n=32\left(\frac{4^{n+1}-1}{4-1}\right)$ ، نجد: $\boxed{S_n=\frac{32}{3}(4^{n+1}-1)}$.

التمرين الثاني:

1. لدينا: $a\equiv1[6]$ و $b\equiv5[6]$ ،

أولا: $a+b\equiv1+5[6]$ أي: $a+b\equiv6[6]$ ، ومنه: $\boxed{a+b\equiv0[6]}$

باقي قسمة $a+b$ على 6 هو 0.

ثانيا: $3a-b\equiv3-5[6]$ أي: $3a-b\equiv-2[6]$ ،

ومنه: $\boxed{3a-b\equiv3[6]}$ ، باقي قسمة $3a-b$ على 6 هو 3.

ثالثا: $b^2\equiv5^2[6]$ أي: $b^2\equiv25[6]$ ، ومنه: $\boxed{b^2\equiv1[6]}$ ،

باقي قسمة b^2 على 6 هو 1.

2. أ) لدينا: $b\equiv5[6]$ ، أي: $b\equiv5-6[6]$ ، ومنه: $\boxed{b\equiv-1[6]}$.

ب) لدينا: $a\equiv1[6]$ ، أي: $a^{1444}\equiv1^{1444}[6]$ ، ومنه: $a^{1444}\equiv1[6]$.

ولدينا: $b\equiv-1[6]$ ، أي: $b^{2023}\equiv(-1)^{2023}[6]$ ،

ومنه: $b^{2023}\equiv-1[6]$.

في الأخير: $a^{1444}+b^{2023}\equiv1-1[6]$ ، أي: $\boxed{a^{1444}+b^{2023}\equiv0[6]}$.

3. لدينا: $a^n-bn\equiv0[6]$ ، أي: $(1)^n-(-1)n\equiv0[6]$ ،

معناه: $1+n\equiv0[6]$ ، أي: $n\equiv-1[6]$ ، نجد: $n\equiv5[6]$ ،

في الأخير: $\boxed{n=5k+6}$ مع $k\in\mathbb{N}$.

التمرين الثالث:

1. حساب النهايات:

$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}2x^3=\boxed{-\infty}$ و $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}2x^3=\boxed{+\infty}$

2. الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ودالتها المشتقة هي:

$\boxed{f'(x)=6x^2-12x}$.

$f'(x)=0$ لما: $x=-1$ أو $x=1$.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	

▪ استنتاج التغيرات:

f' موجبة على المجال $]-\infty;-1]$ ومنه f متزايدة على هذا المجال.

f' سالبة على المجال $[-1;1]$ ومنه f متناقصة على هذا المجال.

f' موجبة على المجال $[1;+\infty[$ ومنه f متزايدة على هذا المجال.

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-4	↗	$+\infty$

3. الدالة f' قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ودالتها المشتقة هي: $\boxed{f''(x)=12x-12}$. لدينا: $f''(x)=0$ لما: $x=1$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f''(x)$		−	0	+	

$f''(x)$ تنعدم عند $x=1$ مغيرة إشارتها ومنه (C_f) يقبل نقطة إنعطاف هي: $A(1;0)$.

4. معادلة المماس:

$(T): y=f'(1)(x-1)+f(1)$ ، لدينا: $f'(1)=-6$ و $f(1)=0$

ومنه: $\boxed{(T): y=-6x+6}$.

5. لدينا: $f(x)-y=2x^3-6x^2+4-4$ ، أي:

$f(x)-y=2x^3-6x^2$ ، ومنه: $f(x)-y=x^2(2x-6)$.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
x^2		+	0	+		+	
$2x-6$		-		-	0	+	
$f(x)-y$		-	0	-	0	+	
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	تقاطع	(C_f) تحت (Δ)	تقاطع	(C_f) فوق (Δ)	

6. لدينا:

$$(x-1)(2x^2-4x-4)=2x^3-4x^2-4x-2x^2+4x+4$$

أي: $(x-1)(2x^2-4x-4)=2x^3-6x^2+4$ ،

ومنه: $f(x)=(x-1)(2x^2-4x-4)$.

7. نقاط تقاطع مع (C_f) محوري الإحداثيات:

- تقاطع (C_f) مع محور التراتيب لدينا: $x=0$ نجد: $f(0)=4$

ومنه $A(0;4)$ هي نقطة تقاطع (C_f) مع محور التراتيب.

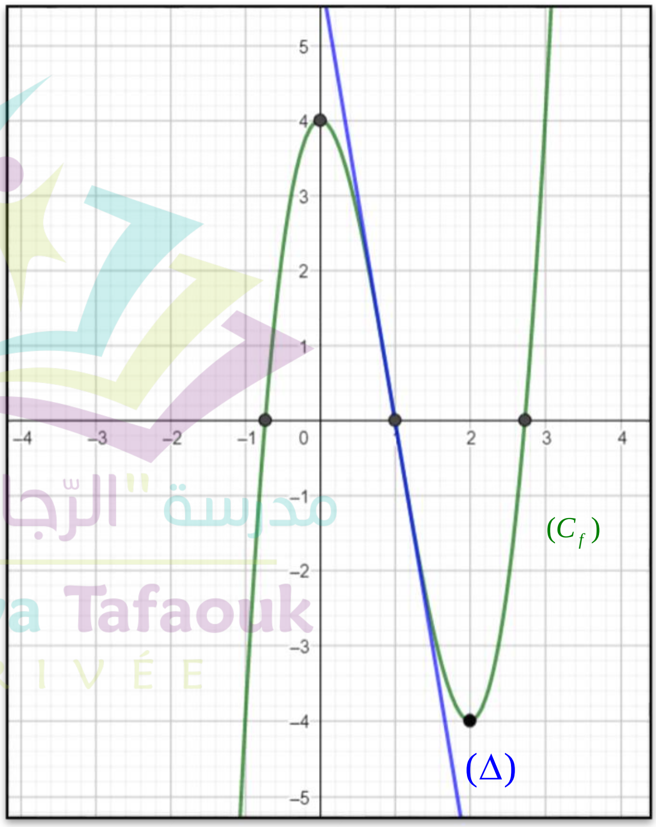
- تقاطع (C_f) مع محور الفواصل لدينا: $f(x)=0$ ،

أي: $(x-1)(2x^2-4x-4)=0$ ، إما: $x-1=0$ ، نجد $x=1$.

أو $2x^2-4x-4=0$ ، نجد $x=1-\sqrt{3}$ أو $x=1+\sqrt{3}$.

ومنه $B(1;0)$ ، $C(1+\sqrt{3};0)$ و $C(1-\sqrt{3};0)$ هي نقط تقاطع (C_f) مع محور الفواصل.

- الرسم:



من إعداد: الأستاذ بن مسعود