التصحيح النموذجي للاختبار الثالث

التمرين الأول: (7 ن)

1) حساب كل من AC و AH:

$AC^2 = AD^2 + DC^2 \Rightarrow AC^2 = 45 \Rightarrow AC = \sqrt{45}$ (0,5)

$AH^2 = AE^2 + AD^2 \Rightarrow AH^2 = 18 \Rightarrow AH = \sqrt{18}$ (0,5)

2) مساحة المثلثين ADC و ADH:

$S_{ADC} = \frac{6\times3}{2} = 9\,cm^2$ (0,5) ، $S_{ADH} = \frac{3\times3}{2} = \frac{9}{2}\,cm^2$ (0,5)

3) أ/ (AC) و (EG) متوازيان لأن:

كل من القطعتين [EG] و [AC] قطران على التوالي لوجهين متقابلين في متوازي مستطيلات (0,25)

ومنه (AC) و (EG) متوازيان.

(AE) و (CG) متوازيان لأنهما حاملا ضلعين لوجهين متقابلين في متوازي مستطيلات (0,25)

ب/ (AC) و (CG) متعامدان لأن:

المستقيم (CG) عمودي على المستوي (ABCD) إذن هو عمودي على جميع المستقيمات المحتواة في المستوي (ABCD) بما فيهم المستقيم (AC). (0,5)

ج/ الرباعي ACGE مستطيل. (0,25)

$S_{ABCD} = 3\sqrt{45}\,cm^2$ (0,5)

4) الأوضاع النسبية:

أ/ (BF) و (ACG) متوازيان لأن:

لدينا: (BF) // (CG) إذن (BF) يوازي المستوي (ACG). (0,5)

ب/ (BF) و (EHG) متقاطعان (متعامدان) لأنهما يشتركان في النقطة F والنقطة B لا تنتمي إلى المستوي (EHGF)

- متعامدان لأن (BF) عمودي على مستقيمين متقاطعين في المستوي (EHG).

ج/ (BF) و (DH) متوازيان لأنهما حاملا ضلعان لوجهين متقابلين في متوازي مستطيلات (0,5)

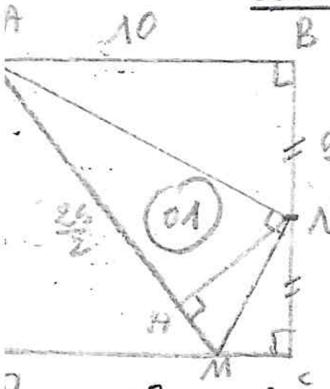
د/ (AED) و (EGG) متقاطعان وفق المستقيم (AC) لأنهما يشتركان في النقطتين A و C وتوجد نقط تنتمي لمستوي ولا تنتمي للآخر مثل النقطة G. (0,5)

ب/ $V_{BCGFI} = \frac{3\times3\times2}{3} = 6\,cm^3$ (0,5) ؛ $V_{BCGFEA} = \frac{6\times3\times3}{2} = \frac{54}{2} = 27\,cm^3$ (0,5)

$V_{DCGHI} = \frac{6\times3\times3}{3} = 18\,cm^3$

التمرين الثاني: (5 ن)

1) الإنشاء.



2) حساب الطولين AN و NM:

$AN^2 = BN^2 + BA^2$ (0,25)

$AN^2 = 5^2 + 10^2$

$AN^2 = 125 \Rightarrow AN = \sqrt{125}$ (0,25)

$DM^2 = AM^2 - AD^2$ (0,25)

$DM^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 - 100 \Rightarrow DM = \frac{15}{2}$ (0,25)

ومنه:

$MC = 10 - \frac{15}{2} = \frac{5}{2}$.

$MN^2 = MC^2 + NC^2$ (0,25)

$MN^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 5^2 \Rightarrow MN^2 = \frac{25}{4} + 25$ لدينا:

$\Rightarrow MN^2 = \frac{125}{4}$

$\Rightarrow MN = \frac{\sqrt{125}}{2}$ (0,25)

إذن:

$AM^2 = \left(\frac{25}{2}\right)^2 = \frac{625}{4}$.

$AN^2 + NM^2 = (\sqrt{125})^2 + \left(\frac{\sqrt{125}}{2}\right)^2$

$= 125 + \frac{125}{4} = \frac{625}{4}$

$\Rightarrow \frac{625}{4} = \frac{625}{4}$ محققة (0,25)

إذن حسب النظرية العكسية لفيثاغورس المثلث AMN قائم في N. (0,25)

3) المثلثان MNH و ANM متشابهان لأن:

لدينا: ① M زاوية مشتركة بين المثلثين (0,5)

$\widehat{ANM} = \widehat{MHN} = 90°$ ②

من ① و ② ينتج أن المثلثان ANM و MNH متشابهان

وعليه ينتج تساوي النسب الآتية:

$\frac{HM}{MN} = \frac{NH}{AN} = \frac{MN}{AM} \Rightarrow NH = \frac{AN \times MN}{AM}$ (0,5)

ط

$\Rightarrow NA = \frac{\sqrt{125} \times \frac{\sqrt{125}}{2}}{\frac{25}{2}}$

$\Rightarrow NH = \frac{\sqrt{125} \times \sqrt{125}}{25} = 5\,cm$ (0,25)

2) حسب العلاقات المترية في مثلث قائم نجد:

$MN^2 = MH \times MA$ 0,25

$MH = \frac{MN^2}{MA} \Rightarrow MH = \frac{\frac{125}{4}}{\frac{25}{2}} = \frac{250}{100} = \frac{25}{10}$ 0,25

حسب نظرية فيثاغورس: $NH^2 = MN^2 - MH^2$

$NH^2 = \frac{125}{4} - \frac{625}{100} \Rightarrow NH^2 = 25 \Rightarrow NH = 5cm$ 0,25

3) مساحة المثلث AHN: $AH = AM - HM = \frac{25}{2} - \frac{25}{10}$

$\Rightarrow AH = 10 \Rightarrow S_{AHN} = \frac{10\times 5}{2} = \frac{50}{2} = 25cm^2$ 0,25

التمرين الثالث: (8ن)

1) $x \in [0;4]$ 0,5

2) $x=1$ إذن:

$S_{QDP} + S_{AQM} + S_{MBN} + S_{PCN} = \left(\frac{1\times 3}{2}\right)\times 4 = 6cm^2$ 0,25

ومنه: $S_{MNQP} = 16 - 6 = 10cm^2$ 0,25

3) التبيين: $4S_{QDP} = \left(\frac{x(4-x)}{2}\right)\times 4$

$4S_{QDP} = 8x - 2x^2$ 01

ومنه: $S_{MNPQ} = 16 - 8x + 2x^2$

أي $f(x) = 2x^2 - 8x + 16$

4) التحقق: $f(x) = 2[(x-2)^2 + 4]$ 0,5

$= 2(x-2)^2 + 8 \Rightarrow f(x) = 2[x^2 + 4 - 4x] + 8$

$= 2x^2 + 8 - 8x + 8$

$\Rightarrow f(x) = 2x^2 - 8x + 16.$

اتجاه التغير:

في المجال $[2;+\infty[$: نوفي: $2 < x_1 < x_2$ 0,5

$0 \le x_1 - 2 \le x_2 - 2$

$(x_1-2)^2 \le (x_2-2)^2$

$2(x_1-2)^2 + 8 \le 2(x_2-2)^2 + 8$

$f(x_1) \le f(x_2)$

ومنه الدالة متزايدة على المجال $[2;+\infty[$

في المجال $]-\infty;2]$: نوفي $x_1 \le x_2 \le 2$

$(x_1-2) \le x_2 - 2 < 0$ 0,5

$(x_1-2)^2 \ge (x_2-2)^2$

$2(x_1-2)^2 \ge 2(x_2-2)^2$

$2(x_1-2)^2 + 8 \ge 2(x_2-2)^2 + 8$

$f(x_1) \ge f(x_2)$

ومنه الدالة متناقصة على المجال $]-\infty;2]$

5) أ/ $f(x) = 10 \Rightarrow 2x^2 - 8x + 16$

$\Rightarrow 2x^2 - 8x + 6 = 0$

$\Delta = 64 - 4\times 2\times 6 = 16$ 0,25

$x_1 = \frac{8+4}{4} = 3$; $x_2 = \frac{8-4}{4} = 1$ 0,25

ب/ قيمة x التي تكون مساحة MNPQ أصغر ما يمكن هي $x=2$

6/ تحليل $P(x)$: $P(x) = 2x^2 - 8x + 8 - (3x+1)(x-2)$

$= 2(x-2)^2 - (3x+1)(x-2)$ 0,25

$= (x-2)[2(x-2) - (3x+1)]$

$= (x-2)[2x - 4 - 3x - 1]$

$P(x) = (x-2)(-x-5)$ 0,25

$P(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \\ -x - 5 = 0 \Rightarrow x = -5 \end{cases}$ 0,25 0,25

ب/ الإشارة:

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$x-2$	0,25	$-$	0	$-$	0	$+$	
$-x-5$	0,25	$+$	0	$-$		$-$	
$P(x)$	0,25	$-$	0	$+$	0	$-$	

7/ $\varphi(x) = \frac{P(x)}{x^2 + (m-1)x + 1}$

أ/ قيم m: يجب أن يكون $\Delta < 0$ معناه:

$\Delta < 0 \Rightarrow (m-1)^2 - 4\times 1\times 1 = m^2 - 2m - 3 < 0$ 0,25

$\Delta_m = (-2)^2 - 4\times 1\times(-3) = 16 \Rightarrow \Delta_m = 16 > 0$

ومنه $m_1 = \frac{2+4}{2} = 3$; $m_2 = \frac{2-4}{2} = -1$

m		-1		3	
Δ	$+$	0	$-$	0	$+$

0,25

$\varphi(x)$ معرفة في IR معناه: $\Delta < 0$ ومنه $m \in]-1;3[$

ب/ $m = 3$ معناه: $\varphi(x) = \frac{2(x-2)(-x-5)}{x^2 + 2x + 1}$

0,25 $x = -1$; $x = -5$; $x = 2$

x	$-\infty$		-5		-1		2		$+\infty$
$(x-2)(-x-5)$	0,25	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
x^2+2x+1	0,25	$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$\varphi(x)$	0,25	$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	

$\varphi(x) \ge 0 \Rightarrow x \in [-5;-1[\cup]-1;2]$

0,25