المادّة: رياضيات
المستوى: 2 علوم تجريبية

التّاريخ: 2023/05/25
المدّة: ساعتين

اختبار الفصل الثّالث

التّمرين الأول: (05 نقاط)

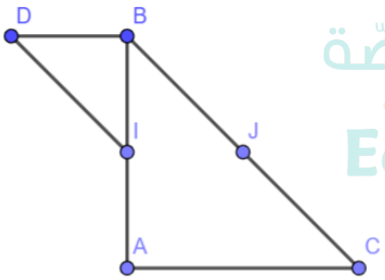
(u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0=5$ وبالعلاقة: $u_{n+1}=4u_n-3$.

و (v_n) المتتالية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة: $v_n=\dfrac{3}{u_n-1}$.

1. بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{4}$.
2. احسب v_0 ثم اكتب v_n بدلالة n.
3. بيّن أنّ $u_n=\dfrac{3}{v_n}+1$ ثمّ استنتج u_n بدلالة n، ثمّ احسب نهايتها.
4. احسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n والجداء P_n حيث:

$S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ ، $S'_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$ و $P_n=(u_0-1)\times(u_1-1)\times\ldots\times(u_n-1)$.

التّمرين الثاني: (06 نقاط)



I. ABC مثلث قائم في A ومتساوي الساقين حيث $AB=4$ و BDI مثلث قائم في B و متساوي الساقين، I منتصف $[AB]$، J منتصف $[BC]$.

احسب الجداءات السلمية التالية:

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$ ، $\overrightarrow{AI}\cdot\overrightarrow{CJ}$ ، $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{JI}$ ، $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{ID}$ و $\overrightarrow{AJ}\cdot\overrightarrow{ID}$.

II. في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النّقط $A(-2;-1)$، $B(1;3)$ و $C(2;-4)$.

1. احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ ، $\|\overrightarrow{AB}\|$ و $\|\overrightarrow{AC}\|$. ثمّ استنتج طبيعة المثلّث ABC.
2. اكتب معادلة الدّائرة $(\mathscr{C})$ التي مركزها A وتشمل النّقطة B.
3. (Δ) هو المستقيم الذي يشمل النقطة B و $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$ شعاع توجيه له.

أ. بيّن أنّ معادلة المستقيم (Δ) هي: $3x+4y-15=0$، تحقّق أنّ المستقيم (Δ) هو مماس للدائرة $(\mathscr{C})$.

ب. اكتب معادلة لكلّ من المستقيمين (Δ') و (Δ'') اللّذان يعامدان المستقيم (Δ) ويمسّان الدائرة $(\mathscr{C})$.

4. عين نقطتي تقاطع الدائرة $(\mathscr{C})$ مع المستقيم ذو المعادلة: $x+2y-1=0$.
5. ناقش حسب قيم العدد الحقيقي m طبيعة مجموعة النقط $M(x;y)$ التي تحقق $2x^2+2y^2+4mx+2m=0$

التّمرين الثّالث: (09 نقاط)

لتكن f الدّالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـــ: $f(x)=\dfrac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس.

1. أ. احسب النّهايات عند حدود مجالات تعريف الدّالة f.

ب. بيّن أنّ (C_f) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة أحدها مائل (Δ) معادلته $y=x+1$، اكتب معادلة لكل من المستقيمين الآخرين.

ج. ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنّسبة للمستقيم المقارب (Δ)، محدِّدا إحداثيات نقطة تقاطعهما.

2. أ. بيّن أنّه من أجل كل $x\neq -1$ و $x\neq 1$ فإنّ: $f'(x)=\dfrac{x^2\left(x^2-3\right)}{\left(x^2-1\right)^2}$.

ب. ادرس تغيّرات الدّالة f ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

3. أ. بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل أربع مماسات معامل توجيهها -2. (لا يطلب كتابة معادلاتها)

ب. دون حساب $f''(x)$، بيّن أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها.

4. أ. بيّن أنّه من أجل كل $x\neq -1$ و $x\neq 1$ فإنّ: $f(-x)+f(x)=2$، ماذا تستنتج بالنّسبة للمنحنى (C_f)؟

ب. اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند $x_0=0$. ارسم (Δ)، (T) و (C_f).

ج. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^3+x^2(m+1)-(m+1)=0$.

5. نعتبر الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـــ: $g(x)=f\left(-|x|\right)$، (C_g) تمثيلها البياني.

أ. بيّن أنّ الدالة g هي دالة زوجية.

ب. اكتب عبارة الدّالة g دون رمز القيمة المطلقة.

ج. اشرح كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_f) وارسمه في المعلم السابق.

بالتّوفيق

من إعداد: الأستاذ بن مسعود