المادّة: رياضيات
المستوى: 3 ت إ

اختبار الفصل الثالث

التوقيت: 3سا ونصف
التاريخ: 2023/05/15

على التلميذ أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4 نقاط)

سجل مكتب الإحصائيات الخاص بفيروس كورونا في بلد ما 180 حالة يوم 1 أفريل 2020.

علما أن عدد المصابين بـ الوباء يزداد يوميا بـ20%من إصابات اليوم السابق مع تسجيل 13 وفاة من المصابين يوميا.

نرمز ب u_n لعدد المصابين في اليوم n من شهر أفريل (تقرب النتائج في كل التمرين إلى الوحدة)

1) أ- عين عدد المصابين في اليوم الأول ، الثاني والثالث من شهر أفريل.

ب- هل المتتالية (u_n) هندسية؟ هل هي حسابية؟ برر إجابتك.

ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم فإن: $u_{n+1}=\frac{6}{5}u_n-13$

د- برهن بالتراجع أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}^*$.

2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $v_n=u_n-65$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- عبر عن v_n بدلالة n واستنتج عبارة u_n بدلالة n.

ج- أحسب عدد المصابين يوم 30 أفريل 2020.

د- أحسب عدد المصابين في شهر أفريل.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور عدد المشتركين في مجلة تعليمية خلال 6 سنوات (العدد بالآلاف)

السنة	2001	2002	2003	2004	2005	2006
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
عددالمشتركين y_i	20	30	43	63	92	135

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس مبدؤه $O(1;20)$ حيث (1 سم لكل 1 سنة على محور الفواصل و 1 سم لكل 10 ألاف مشترك على محور التراتيب)

نضع $z_i=\ln(y_i)$ أكمل الجدول التالي (النتائج تعطى مدورة إلى 10^{-2})

رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6
$z_i=\ln(y_i)$						

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;z_i)$.

2) عين إحداثيات النقطة المتوسطة G ثم علمها.

3) بين أن معادلة مستقيم الإنحدار هي $z=0.38x+b$ حيث b عدد حقيقي يطلب تعيينه.

4) أثبت أن عدد المشتركين y يمثل بالعلاقة $y=K.e^{0.38x}$ (يعطى K مدورا إلى الوحدة)

5) بفرض أن عدد المشتركين يتزايد بنفس الوتيرة. ماهي السنة التي يبلغ فيها عدد المشتركين مليون مشترك.

التمرين الثالث: (4 نقاط)

(u_n)متتالية عددية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0=6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{1}{4}u_n+3$

1)أحسب الحدود u_1 , u_2 , u_3 .

2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}$ فإنّ: $u_n>4$

3)جد اتجاه تغير المتتالية (u_n) .ماذا تستنتج؟

4)لتكن (v_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\ln(u_n-4)$

أ) بيّن أنّ (v_n) متتالية حسابية أساسها $-\ln 4$ يطلب تعيين v_0 .

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$.

التمرين الرابع: (8 نقاط)

I-نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1,+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2+2x+\ln(x+1)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1^+}g(x)$. ثم أدرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2) أحسب $g(0)$ واستنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$.

II- لتكن f دالة معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x+1}-x$ وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-1^+}f(x)$ ، وفسر النتيجة بيانيا.

2) أ- بين أنه من أجل كل $x\in]-1,+\infty[$ فإن: $f'(x)=-\frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مقارب مائل للمنحني (C) عند $+\infty$.

ب- أدرس وضعية (C) بالنسبة (Δ).

4) أنشئ كلا من (Δ) و (C). ثم ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=m$

5) لتكن الدالة F المعرفة على $]-1,+\infty[$ بـ: $F(x)=\frac{[\ln(x+1)]^2}{2}-\frac{1}{2}x^2$

أ- تحقق أن F هي الدالة الأصلية لـ f على المجال $]-1,+\infty[$.

ب-أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C) و المستقيمات: $y=-x$ ، $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المقترحة مع التبرير:

1) مجموعة تعريف الدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\ln(2-3x)$ هي:

أ) $D_f=\left]-\infty;\frac{2}{3}\right[$ ب) $D_f=\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$ ج) $D_f=\left]\frac{2}{3};+\infty\right[$

2) قيمة العدد $\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\ln 3+\frac{1}{2}\ln 2$ تساوي:

أ) $\ln 3+\ln 2$ ب) $\ln 3$ ج) 0

3) مشتقة الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=x-x^2\ln x$ هي:

أ) $g'(x)=1-2x\ln(x)-x$ ب) $g'(x)=1-2x\ln x$ ج) $g'(x)=1-2x\ln(x)+x$

4) (u_n) متتالية هندسية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=e^{-3n+4}$ ، أساسها هو:

أ) $q=e^4$ ب) $q=e^{-2}$ ج) e^{-3}

5) a ، $a+2$ ، $a+6$ ثلاث حدود متتابعة لمتتالية هندسية . قيمة a هي:

أ) $a=4$ ب) $a=2$ ج) $a=-2$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

(u_n)متتالية عددية معرّفة بحدّها الأوّل $u_0=\alpha$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n-1$

I. عيّن قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

II. في كل ما يلي: $\alpha=3$

1) أحسب الحدود u_1 , u_2 , u_3.

أ- برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد n من $\mathbb{N}$ فإنّ: $u_n>-3$

ب- جدّ اتجاه تغير المتتالية (u_n) .ماذا تستنتج؟

2) لتكن (v_n) متتالية معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_{n+1}=u_{n+1}-u_n$

أ) بيّن أنّ $v_{n+1}=\frac{2}{3}v_n$ ثم استنتج أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول v_0 و أساسها q.

ب)أكتب عبارة v_n بدلالة n

ج) ما هي نهاية المتتالية (v_n)؟

3) أحسب بدلالة n المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+...+u_n$

4) استنتج بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n=e^{v_0}\times e^{v_1}\times...\times e^{v_n}$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور استهلاك منتوج البطاطا لمطعم أحد الخواص بين السنوات 1995 إلى 2020

السنة	1995	2000	2005	2010	2015	2020
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6
الاستهلاك بالطن y_i	5.321	5.742	6.128	6.514	6.96	7.368

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس حيث وحدة الأطوال $2cm$.

2) عين إحداثيات النقطة المتوسطة G.

3) أوجد معادلة مستقيم الانحدار (D) ثم أرسمه.

4) باستعمال التعديل الخطي السابق قدر كمية الإستهلاك سنة 2035.

5) ابتداءا من أي سنة تتجاوز كمية الاستهلاك 10 أطنان سنويا ؟ علل اجابتك.

التمرين الرابع: (8 نقاط)

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(2-x)e^x-1$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث $-1.2<\alpha<-1.1$ و $1.8<\beta<1.9$

4) استنتج اشارة g على $\mathbb{R}$.

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^x-1}{e^x-x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وبين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(e^x-x)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha-1}$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$ واستنتج حصرا للعدد $f(\beta)$

5) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $f(x)-x=\dfrac{(1-x)(e^x-x-1)}{e^x-x}$

6) استنتج وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$، علما أن $((e^x-x-1)\geq 0)$

7) أنشئ (Δ) و (C_f).

8) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C) و المستقيمات: $y=x$ ، $x=0$ و $x=1$

إعداد:بوشاشية وليد

انتهى الموضوع الثاني