الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) لدينا $V_4 = V_2 \times q^2$

أي $q^2 = \frac{V_4}{V_2} = \frac{80}{20} = 4$

ومنه $\boxed{q=2}$ أو $q=-2$ مرفوض

الحد الأول: $V_0 = V_2 \times q^{-2} = 20 \times 2^{-2} = \boxed{5}$

2) عبارة (V_n): $V_n = V_0 \times q^n = \boxed{5 \times 2^n}$

3) $V_{n+1} - V_n = 5 \times 2^{n+1} - 5 \times 2^n$

$= 5 \times 2^n(2-1)$

$= \boxed{5 \times 2^n}$ محققة

$V_{n+1} - V_n = 5 \times 2^n > 0$ ومنه (V_n) متزايدة

4) أ) $S_n = V_0\left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right) = 5\left(\frac{2^{n+1}-1}{2-1}\right)$

$= \boxed{5(2^{n+1}-1)}$

ب) $S_n = 635$

$5(2^{n+1}-1) = 635$

$2^{n+1} - 1 = 127$

$2^{n+1} = 128$

نعلم أن $2^7 = 128$ ومنه $n+1 = 7$

أي $\boxed{n=6}$

التمرين الثاني:

1) أ) لدينا $a \equiv -8[9]$ أي $a \equiv -8+9[9]$

ومنه $a \equiv 1[9]$ ، باقي قسمة a على 9 هو 1

$$\begin{array}{r|l} 2023 & 9 \\ -2016 & 224 \\ \hline 7 & \end{array}$$

$b \equiv 7[9]$

باقي قسمة b على 9 هو 7

ب) $a+b \equiv 1+7[9]$ ومنه $a+b \equiv 8[9]$

باقي قسمة $a+b$ على 9 هو 8.

$3a-b \equiv 3(1)-7[9]$ أي $3a-b \equiv -4[9]$

ومنه $3a-b \equiv 5[9]$ باقي قسمة $3a-b$ على 9 هو 5.

$a^2-a \equiv 1^2-1[9]$ ومنه $a^2-a \equiv 0[9]$

باقي قسمة a^2-a على 9 هو 0.

2) $2a+b \equiv 2(1)+7[9]$ أي $2a+b \equiv 9[9]$

ومنه $2a+b \equiv 0[9]$ ، إذن $2a+b$ يقبل القسمة على 9.

3)

أ) $a^n + an \equiv 0[9]$

$1^n + 1n \equiv 0[9]$

$1 + n \equiv 0[9]$

$n \equiv -1[9]$

$n \equiv 8[9]$

ومنه $n = 9k+8$ ، $k \in \mathbb{N}$

ب)

$1954 \leq n \leq 1962$

$1954 \leq 9k+8 \leq 1962$

$1946 \leq 9k \leq 1954$

$\frac{1946}{9} \leq k \leq \frac{1954}{9}$

$216,22 \leq k \leq 217,11$

ومنه $k = 217$ نجد: $n = 9(217)+8 = \boxed{1961}$

التمرين الثالث:

1. حساب النهايات:

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=\boxed{+\infty}$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=\boxed{-\infty}$

2. الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ودالتها المشتقة هي:

$\boxed{f'(x)=3x^2+6x}$.

$f'(x)=0$ لما: $x=0$ أو $x=-2$.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

- استنتاج التغيرات:

f' موجبة على المجال $]-\infty;-2]$ ومنه f متزايدة على هذا المجال.

f' سالبة على المجال $[-2;0]$ ومنه f متناقصة على هذا المجال.

f' موجبة على المجال $[2;+\infty[$ ومنه f متزايدة على هذا المجال.

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

3. الدالة f' قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ ، ودالتها المشتقة هي:

$\boxed{f''(x)=6x+6}$. لدينا: $f''(x)=0$ لما: $x=-1$.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f''(x)$		$-$	0	$+$	

$f''(x)$ تنعدم عند $x=-1$ مغيرة إشارتها ومنه (C_f) يقبل نقطة إنعطاف هي: $A(-1;1)$.

4. معادلة المماس:

$(T): y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$ ، لدينا: $f'(-1)=-3$ و $f(-1)=1$ ، ومنه: $\boxed{(T): y=-3x-2}$

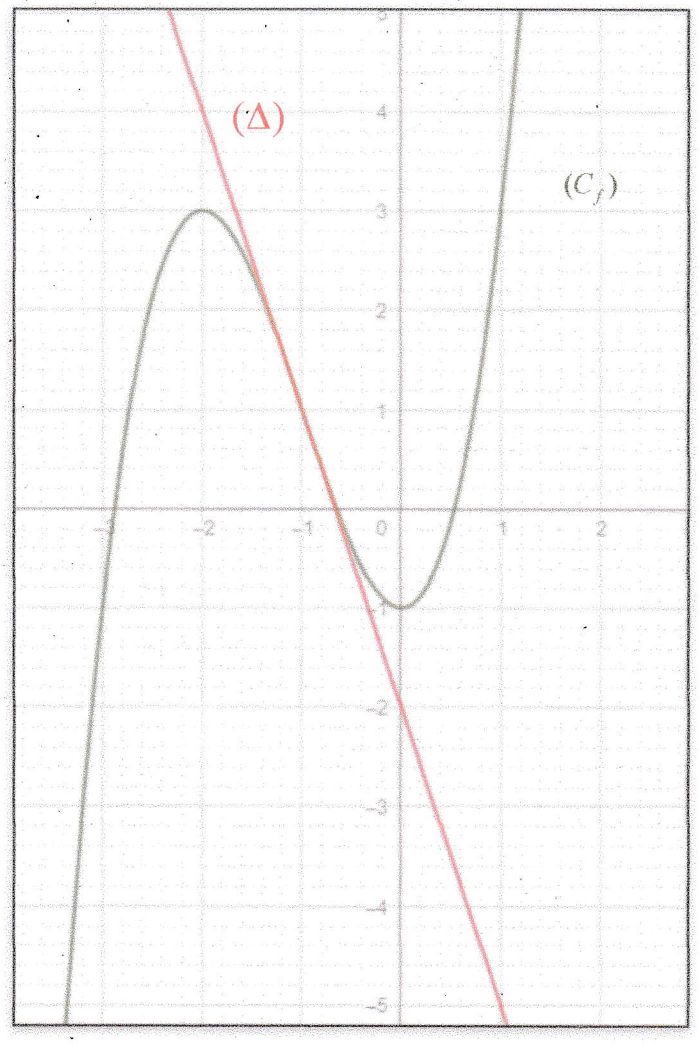
5. لدينا: $f(x)+1=x^3+3x^2-1+1$ ،

أي: $f(x)+1=x^3+3x^2$ ، ومنه: $f(x)+1=x^2(x+3)$.

x	$-\infty$		-3		0		$+\infty$
x^2		$+$		$+$	0	$+$	
$x+3$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	0	$+$	
الوضعية		(C_f) تحت (Δ)	تقاطع	(C_f) فوق (Δ)	تقاطع	(C_f) فوق (Δ)	

6. لدينا: $f(0)=-1$.

- الرسم:



من إعداد: الأستاذ بن مسعود

الموضوع الثاني

التمرين (1):

1) نعلم أن $U_1+U_3=2U_2$

لدينا: $U_1+U_2+U_3=69$ أي $2U_2+U_2=69$

ومنه $3U_2=69$ نجد $\boxed{U_2=23}$

إيجاد r:

$U_2=U_0+2r$

$23=7+2r$

$2r=16$

نجد $\boxed{r=8}$

2) $U_n=U_0+rn$ أي $\boxed{U_n=8n+7}$

الحد الرابع عشر هو U_{13} : $U_{13}=8(13)+7=\boxed{111}$

3) $U_n=2023$, $8n+7=2023$

أي $8n=2016$ $\boxed{n=1008}$

$U_{1008}=2023$ رتبته $\boxed{1009}$

4) $2U_n-8n+6=1444$ أي $2(8n+7)-8n+6=1444$

ومنه $16n+14-8n+6=1444$

نجد $8n+20=1444$

أي $8n=1424$ نجد $\boxed{n=178}$

5) $S=\left(\frac{252-13+1}{2}\right)(U_{13}+U_{252})$

$S=(120)(2134)=\boxed{256080}$

التمرين (2):

1)
$$\begin{array}{r|l} 1939 & 5 \\ -1935 & 387 \\ \hline 4 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1989 & 5 \\ -1985 & 397 \\ \hline 4 & \end{array}$$

$1939\equiv4[5]$ $\qquad$ $1989\equiv4[5]$

1939 و 1989 متوافقان بترديد 5

لأن لهما نفس الباقي عند القسمة على 5 .

2) لدينا $4^2\equiv+1[5]$ لأن $4^2=16$

وباقي قسمة 16 على 5 هو 1

لدينا: $4^2\equiv1[5]$ ومنه $4^{2k}\equiv1^k[5]$

نجد $\boxed{4^{2k}\equiv1[5]}$

لدينا $4^{2k}\equiv1[5]$ أي $4\times4^{2k}\equiv4\times1[5]$

ومنه $\boxed{4^{2k+1}\equiv4[5]}$

3)

$1939\equiv4[5]$

$1939^{1444}\equiv4^{1444}[5]$

4^{1444} من الشكل 4^{2k}

ومنه $1939^{1444}\equiv1[5]$

$1989\equiv4[5]$

$1989^{2023}\equiv4^{2023}[5]$

4^{2023} من الشكل 4^{2k+1}

ومنه $1989^{2023}\equiv4[5]$

وأيضا: $1945\equiv0[5]$

في الأخير: $1939^{1444}+1989^{2023}+1945\equiv1+4+0[5]$

ومنه $1939^{1444}+1989^{2023}+1945\equiv0[5]$

إذا العدد يقبل القسمة على 5 .

4) لدينا

$1444\equiv4[5]$

$2006\equiv1[5]$

يكون $1444^n\equiv2006[5]$

لما $4^n\equiv1[5]$

من التعميم $4^{2k}\equiv1[5]$

إذا $\boxed{n=2k}$ $\qquad k\in\mathbb{N}$

الأستاذ
بن مسعود

التمرين (3):

1)

$$f(x) = -2 - \frac{4}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{-2(x-1)-4}{x-1}$$

$$f(x) = \frac{-2x+2-4}{x-1}$$

$$\boxed{f(x) = \frac{-2x-2}{x-1}}$$ محققة

2) أ)

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim \frac{-2x}{x} = \boxed{-2}$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim \frac{-2x}{x} = \boxed{-2}$$

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x) = \frac{-4}{0^+} = \boxed{-\infty}$$

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ <}} f(x) = \frac{-4}{0^-} = \boxed{+\infty}$$

ب) (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين

$y=-2$ موازي لمحور الفواصل

$x=1$ موازي لمحور التراتيب

3) أ) f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{1\}$

$$f'(x) = \frac{(-2)(-1)-(1)(-2)}{(x-1)^2} = \frac{4}{(x-1)^2}$$

ب) $f'(x)>0$ ومنه f متزايدة على $\mathbb{R}-\{1\}$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$-2 \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow -2$

4) معامل التوجيه 1 معناه $f'(x)=1$

$\frac{4}{(x-1)^2}=1$ أي $4=(x-1)^2$

$x^2-2x+1=4$ ، $x^2-2x-3=0$

$\Delta=16$ نجد $x_1=-1$ ، $x_2=3$

معادلة (Δ) عند $x=-1$

$$y = f'(-1)(x+1)+f(-1)$$

$$y = 1(x+1)+0$$

$$(\Delta):\ y = x+1$$

معادلة (Δ') عند $x=3$

$$y = f'(3)(x-3)+f(3)$$

$$y = 1(x-3)-4$$

$$(\Delta'):\ y = x-7$$

5) أ) تقاطع مع محور التراتيب:

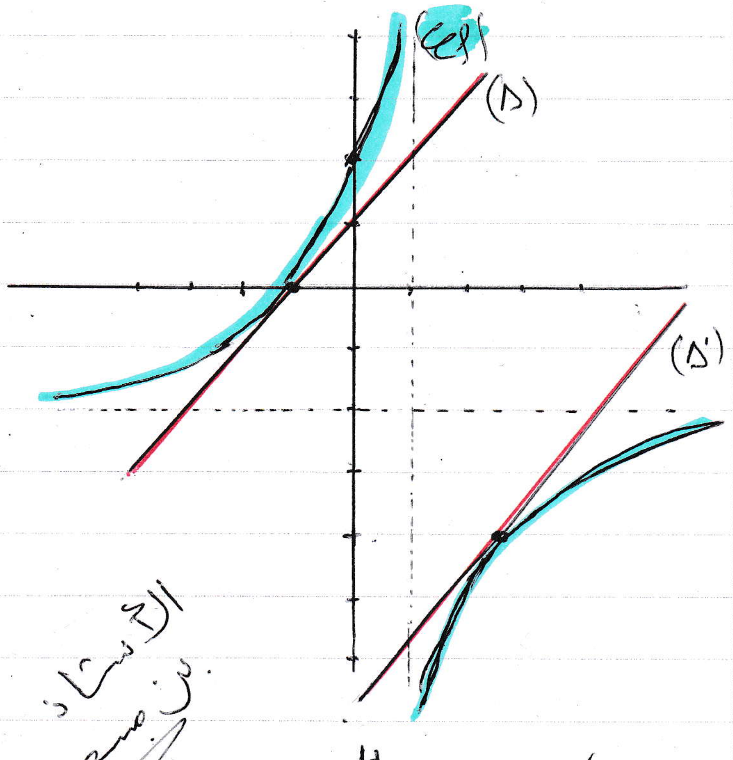
$f(0)=2$ ، نقطة التقاطع هي $A(0,2)$

تقاطع مع محور الفواصل:

$f(x)=0$ ، $-2x-2=0$ نجد $x=-1$

نقطة التقاطع هي $B(-1,0)$

ب) الرسم:



ج) $\frac{4}{x-1}<0$

أي $-\frac{4}{x-1}>0$

ومنه $-2-\frac{4}{x-1}>-2$

أي $f(x)>-2$

حلول المتراجحة هي $x\in\ ]-\infty,1[$

(قيم x التي من أجلها (C_f) يقع فوق $y=-2$)