المادّة: رياضيات
الشعبة: لغات أجنبية

التّاريخ: 2023/05/15
المدّة: ساعتين ونصف

اختبار البكالوريا التجريبي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التّمرين الأوّل: (06 نقاط)

(v_n) متتالية هندسية أساسها موجب، معرفة على $\mathbb{N}$ حيث: $v_2 = 20$ و $v_4 = 80$.

1. بين أن أساس هذه المتتالية هو $q = 2$ وأن حدها الأول هو $v_0 = 5$.
2. اكتب عبارة v_n بدلالة n.
3. تحقّق أن $v_{n+1} - v_n = 5 \times 2^n$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (v_n).
4. نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$.
   أ) بين أن: $S_n = 5(2^{n+1} - 1)$.
   ب) استنتج قيمة n بحيث يكون $S_n = 635$.

التّمرين الثّاني: (06 نقاط)

ليكن العددان a و b حيث: $a \equiv -8[9]$ و $b = 2023$.

1. أ) عين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 9.
   ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من $a+b$، $3a-b$ و $a^2 - a$ على 9.
   ج) هل العدد $2a+b$ يقبل القسمة على 9 ؟ علّل.
2. أ) عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقّق: $a^n + an \equiv 0[9]$.
   ب) استنتج قيمة n بحيث يكون: $1954 \leq n \leq 1962$.

التّمرين الثّالث: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x^3+3x^2-1$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. احسب نهايتي الدالة f عند $+\infty$ و $-\infty$.
2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.
3. برهن أن النقطة A من المنحنى (C_f) التي فاصلتها $x_0=-1$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).
4. اكتب معادلة المستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة A.
5. بين أن $f(x)+1=x^2(x+3)$ ، استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم ذو المعادلة $y=-1$.
6. احسب $f(0)$ ، ثم ارسم المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

انتهى الموضوع الأول

مدرسة "الرّجاء والتفوّق" الخاصّة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

الموضوع الثاني

التّمرين الأوّل: (07 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0، وأساسها r وتحقّق: $u_1+u_2+u_3=69$.

1. بين أن $u_2=23$، علما أن $u_0=7$ بين أن $r=8$.
2. اكتب عبارة الحد العام للمتتالية (u_n)، واحسب الحد الرابع عشر لهذه المتتالية.
3. بين أن العدد 2023 حد من حدود المتتالية (u_n)، عين رتبته.
4. عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $2u_n-8n+6=1444$.
5. احسب المجموع S حيث : $S=u_{13}+u_{14}+...+u_{252}$.

التّمرين الثّاني: (05 نقاط)

1. هل العددان 1939 و 1989 متوافقان بتردید 5؟ علل.
2. تحقق أن $4^2\equiv 1[5]$ ثم عين من أجل كل عدد طبيعي k باقي قسمة كلا من 4^{2k} و 4^{2k+1} على 5.
3. بين أن العدد: $1945+1989^{2023}+1939^{1444}$ يقبل القسمة على 5.
4. عين قيم العدد الطبيعي n التي تحقق: $1444^n\equiv 2006[5]$.

التّمرين الثّالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{-2x-2}{x-1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن: $f(x)=-2-\dfrac{4}{x-1}$.
2. أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}1} f(x)$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

3. أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن: $f'(x)=\dfrac{4}{(x-1)^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيههما 1، اكتب معادلة لكل منهما.
5. أ) عين نقطتي تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

ب) ارسم (Δ) ، (Δ') و المنحنى (C_f).

ج) حل بيانيا المتراجحة $\dfrac{4}{x-1}<0$.

انتهى الموضوع الثاني

مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصّة
Ecole Errajia wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE
www.ecolerradja.com
وفقكم الله في إمتحان شهادة البكالوريا
www.fb.com/ecolerradja