تصحيح البكالوريا التجريبي 2023م

الموضوع الأول

عبد المطلب

تمرين 1:

1) $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} = \frac{-5-i}{-1+5i} = i = e^{i\frac{\pi}{2}}$

$\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right)^{2023} = e^{i\frac{2023\pi}{2}} = e^{i\left(\frac{2022\pi+\pi}{2}\right)} = e^{i\left(\pi+\frac{\pi}{2}\right)} = e^{i\frac{3\pi}{2}}$

الاقتراح الصحيح هو جـ)

2) $\left|\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right| = \frac{AC}{AB} = 1$ ، $\arg\left(\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}\right) = (\vec{AB};\vec{AC}) = \frac{\pi}{2}+2k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$ ، مثلث ABC قائم ومتساوي الساقين

مركز الدائرة هو I منتصف [BC] $z_I = \frac{z_B+z_C}{2} = -1$

ونصف قطرها $r = \frac{|z_B-z_C|}{2} = \frac{|4+6i|}{2} = \sqrt{13}$

الاقتراح الصحيح هو أ)

3) $z'-z_C = 2(z-z_C)$ ؛ $z'-w = a(z-w)$

$z_D = 2(z_A-z_C)+z_C = 2z_A - z_C = 7-i$

الاقتراح الصحيح هو أ)

4) $(z_A - \overline{z_B} - z_C)^{2n} = (4+4i)^{2n}$

$= \left(4\sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2n} = (4\sqrt{2})^{2n} e^{i\frac{n\pi}{2}}$

$(z_A-\overline{z_B}-z_C)^{2n} = (4\sqrt{2})^{2n}\left(\cos\frac{n\pi}{2} + i\sin\frac{n\pi}{2}\right)$

حقيقي موجب يعني $\frac{n\pi}{2} = 2k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$

ومنه: $n=4k$. الاقتراح الصحيح هو ب)

5) $|\overline{z+3+3i}| = |i(z-1-3i)|$

$|z-(-3-3i)| = |i|\,|z-(1+3i)|$

أي $|z-z_C| = |z-z_B|$ ، $BM = CM$

(E) هي محور [BC] . الاقتراح الصحيح هو جـ)

تمرين 2:

1) $P(A) = \frac{C_7^3 + C_6^3 + C_3^3}{C_{16}^3} = \frac{1}{10}$

2) $P(B) = \frac{C_7^1\times C_6^1\times C_3^1}{C_{16}^3} = \frac{9}{40}$

3) $P(C) = 1 - P(A) - P(B) = \frac{27}{40}$

4) $X \in \{-5;0;2;5\}$

$P(X=5) = \frac{C_7^3}{C_{16}^3} = \frac{1}{16}$ ، $P(X=-5) = \frac{C_6^3+C_3^3}{C_{16}^3} = \frac{3}{80}$

$P(X=0) = P(B) = \frac{9}{40}$ ، $P(X=2)=P(C)=\frac{27}{40}$

x_i	-5	0	2	5
$P(X=x_i)$	$\frac{3}{80}$	$\frac{9}{40}$	$\frac{27}{40}$	$\frac{1}{16}$

$E(X) = -5\left(\frac{3}{80}\right) + 0 + 2\left(\frac{27}{40}\right) + \frac{5}{16} = \frac{59}{40}$

$P(X^2=25) = P(X=-5)+P(X=5) = \frac{1}{10}$

5) أ) $P(D) = \frac{3A_7^1A_9^2 + 3A_3^1A_{13}^2 - 6A_7^1A_6^1A_3^1}{A_{16}^3} = \frac{9}{14}$

أو $\frac{C_7^1C_9^2 + C_3^1C_{13}^2 - C_7^1C_6^1C_3^1}{C_{16}^3} = \frac{9}{14}$

ب) $P(E\cap D) = \frac{2(A_6^1A_5^1A_7^1)+2(A_6^1A_5^1A_3^1)+2(A_6^1A_7^1A_3^1)}{A_{16}^3}$

NVB NBV NVN NNV NBN NNB

$P_D(E) = \frac{P(E\cap D)}{P(D)} = \frac{71}{280}\times\frac{14}{9} = \frac{71}{180}$

تمرين 3:

1) $-1\le u_n \le -0,5$ ؛ $n=0$: $u_0=-0,5$ ، $-1\le u_0 \le -0,5$ (محققة)

نفرض أن $-1\le u_n\le -0,5$ من أجل n كيفي ونبين $-1\le u_{n+1}\le -0,5$

لدينا: $-1\le u_n \le -0,5$ ؛ $0\le u_n+1\le 0,5$

ولدينا: $e^{-1}\le e^{u_n}\le e^{-0,5}$ ، بالضرب طرف لطرف

$0 \le e^{u_n}(u_n+1) \le \frac{e^{-0,5}}{2}$ ؛ $-1\le e^{u_n}(u_n+1) - 1 \le -0,7 \le -0,5$

ومنه: $-1\le u_{n+1}\le -0,5$ ، $-1\le u_n\le -0,5$ من أجل $n\in\mathbb{N}$

2) إشارة $(x+1)(e^x-1)$

x		-1		0	
	$+$	0	$-$	0	$+$

$u_{n+1}-u_n = (u_n+1)e^{u_n} - 1 - u_n = (u_n+1)(e^{u_n}-1)$

بما أن $-1\le u_n \le -0,5$ فإن $u_{n+1}-u_n \le 0$ ومنه (u_n) متناقصة

3) (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل فهي متقاربة

$\lim_{+\infty} u_n = \lim_{+\infty} u_{n+1} = l$ ، $l = (l+1)e^l - 1$

$(l+1)(e^l-1)=0$ إما $l=0$ أو $l=-1$

بما أنها متناقصة: $l=-1$ ، $\lim_{n\to+\infty} u_n = -1$

4) لدينا: $1+u_{n+1} = (u_n+1)e^{u_n}$

ولدينا: $-1\le u_n\le -\frac{1}{2}$ ، $e^{-1}\le e^{u_n}\le e^{-\frac{1}{2}}$

$(1+u_n)e^{u_n} \le \frac{1}{\sqrt{e}}(1+u_n)$ لأن $1+u_n\ge 0$

ومنه: $1+u_{n+1}\le \frac{1}{\sqrt{e}}(1+u_n)$ (محققة)

نبرهن بالتراجع من أجل $n\in\mathbb{N}$: $1+u_n \le \frac{e^{-\frac{n}{2}}}{2}$

$n=0$: $1+u_0 = 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ و $\frac{e^0}{2}=\frac{1}{2}$ (محققة)

نفرض صحتها من أجل n كيفي ونبرهن صحة: $1+u_{n+1}\le \frac{e^{\frac{-n-1}{2}}}{2}$. لدينا: $1+u_n \le \frac{e^{-\frac{n}{2}}}{2}$

نضرب طرفي المتراجحة بـ $\left(e^{-\frac{1}{2}}\right)$: $e^{-\frac{1}{2}}(1+u_n) \le \frac{e^{-\frac{1}{2}}e^{-\frac{n}{2}}}{2}$

نجد: $\frac{1}{\sqrt{e}}(1+u_n)\le \frac{e^{\frac{-n-1}{2}}}{2}$ وسابقا: $1+u_{n+1}\le\frac{1}{\sqrt{e}}(1+u_n)$

ومنه: $1+u_{n+1}\le \frac{e^{\frac{-n-1}{2}}}{2}$. في الأخير: $\forall n\in\mathbb{N}$: $1+u_n\le\frac{e^{-\frac{n}{2}}}{2}$

باستعمال مبرهنة الحصر $\lim u_n=-1$

(محققة) $S_1=\ln(2u_1+2)=-0,5=u_0$ ؛ $n=1$ (5

نفرض أن $S_n=\ln(2u_n+2)$ ونبيّن $S_{n+1}=\ln(2u_{n+1}+2)$

أي: $S_{n+1}=\ln[2(u_n+1)e^{u_n}]$

$S_{n+1}=u_0+u_1+\dots+u_{n-1}+u_n=S_n+u_n$

$S_{n+1}=\ln(2u_n+2)+u_n=\ln(2u_n+2)+\ln e^{u_n}$

(محققة) $S_{n+1}=\ln[(2u_n+2)e^{u_n}]$

ومنه: $S_n=\ln(2u_n+2)$ من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$

تمرين 4:

I-1) أ) إشارة $g'(x)$: $-\ \ -\frac{5}{4}\ \ +$

$x\in[-\frac54;1]$: g متزايدة تماما

$x\in]-\infty;-\frac54]$: g متناقصة تماما

A تمثل نقطة انعطاف لـ (C_g)

ب) $g'(x)=(ax+a+b)e^x$

$\begin{cases} g'(-\frac54)=0\\ g'(0)=5\end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{a}{4}+b=0\\ a+b=5\end{cases}$ ومنه: $a=4$ و $b=1$

2) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(4xe^x+e^x-1)=-1$

$g'(x)=(4x+5)e^x$

x	$-\infty$		$-5/4$		1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	↘	$-2,15$	↗	$12,6$

ب) $g(0)=0$ ، إشارة $g(x)$: $-\ \ 0\ \ +$

II-1) أ) $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}(x-4xe^x+3e^x)=-\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-y)=\lim\limits_{x\to-\infty}(-4xe^x+3e^x)=0$

(C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y=x$

ب) إشارة $f(x)-y=e^x(-4x+3)$: $+\ \ \frac34\ \ -$

$x\in]-\infty;\frac34[$: (C) أعلى (Δ).
$x\in]\frac34;1]$: (C) أسفل (Δ).
(C) يقطع (Δ) عند $B(\frac34;\frac34)$

2) أ) $f'(x)=1-(4e^x+e^x(4x-3))=1-(1+4x)e^x=-g(x)$

x	$-\infty$		0		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	$1-e$

f متزايدة تماما على $]-\infty;0]$ ومتناقصة تماما على $[0;1]$

ب) f مستمرة ومتزايدة تماما على $]-2;-\frac54[$

و $f(-2)\simeq-0,51<0$ ، $f(-\frac54)\simeq1,04>0$ ومنه

حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-2;-\frac54[$.

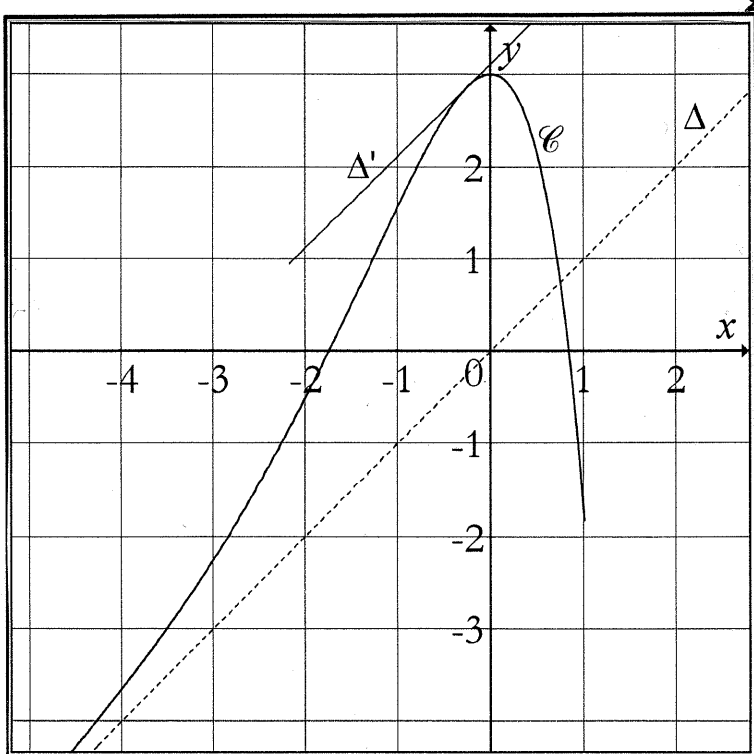
كذلك f متناقصة تماما على $]\frac34;1[$ ، $f(\frac34)\simeq0,75>0$ و $f(1)\simeq-1,72<0$ ...

3) أ) (Δ') يوازي (Δ) يعني لهما نفس الميل

$f'(x_0)=1$ ، $1-e^{x_0}(4x_0+1)=1$ ومنه: $x_0=-\frac14$

معادلة المماس (Δ'):

$y=1(x+\frac14)+f(-\frac14)=x+4e^{-\frac14}$



ب) $(4x-3)e^x=m$ ؛ $x-(4x-3)e^x=x-m$

$f(x)=x-m$ الحلول عبارة عن فواصل نقط تقاطع (C) مع المستقيمات المائلة (ميلها 1)

المستقيمات المساعدة هي: $y=x$ ، $y=x+4e^{-\frac14}$

و $y=x-e$ (مستقيم ميله 1 ويشمل $C(1;1-e)$)

* $-m<-e$ أي $m>e$: لا يوجد حلول
* $-e\le-m\le0$ أي $0\le m\le e$: حل وحيد
* $0<-m<4e^{-\frac14}$ أي $-4e^{-\frac14}<m<0$: حلان متمايزان
* $-m=4e^{-\frac14}$ أي $m=-4e^{-\frac14}$: حل مضاعف.
* $-m>4e^{-\frac14}$ أي $m<-4e^{-\frac14}$: لا يوجد حلول.

4) أ) $h(x)=(4x-3)e^x$ و $h'(x)=(4x+1)e^x$

$h''(x)=(4x+5)e^x$ ومنه: $h(x)=2h'(x)-h''(x)$

ب) $h(x)=2h'(x)-h''(x)$

$H(x)=2h(x)-h'(x)+C$ (H أصلية h)

$C\in\mathbb{R}$ $H(x)=(4x-7)e^x+C$

$H(0)=0$ ومنه: $H(x)=(4x-7)e^x+7$

جـ) $A=\int_{-1}^{0}(f(x)-y)\,dx=\int_{-1}^{0}-(4x-3)e^x\,dx$

$A=[-H(x)]_{-1}^{0}=[H(x)]_{0}^{-1}=(7-\frac{11}{e})$ u.a

$A\simeq2,95$ u.a

5) $n=1$ ، $h^{(1)}(x)=(4x+1)e^x=h'(x)$ (محققة)

نفرض أنها صحيحة من أجل n كيفي ونبرهن صحتها من أجل n+1 أي: $h^{(n+1)}(x)=(4x+4n+1)e^x$

$h^{(n+1)}(x)=[h^{(n)}(x)]'=4e^x+e^x(4x+4n-3)=$

(محققة) $(4x+4n+1)e^x$

ومنه من أجل كل عدد طبيعي n ،

$h^{(n)}(x)=(4x+4n-3)e^x$

"عبد المطلب"

الموضوع 2

"عبد المطلب"

تمرين 1:

1) $\begin{cases} z_1 + i z_2 = 0 \\ \overline{z_1} + i \overline{z_2} = 6 - 10i \end{cases}$ $\begin{cases} z_1 + i z_2 = 0 \\ z_1 - i z_2 = 6 + 10i \end{cases}$

بالجمع: $\boxed{z_1 = 3+5i}$ ثم نعوض $\boxed{z_2 = -5+3i}$

2) أ) $\frac{z_B + z_D}{2} = \frac{z_C + z_A}{2}$ (القطران متناصفان)

$\frac{z_B - z_D}{z_A - z_C} = i = e^{i\frac{\pi}{2}}$: $(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{DB}) = \frac{\pi}{2}$ و $DB = CA$

ومنه: $ABCD$ مربع

ب) المثلث ABC قائم ومنه مركز الدائرة (Γ) منتصف $[AC]$ وهو المبدأ O، نصف قطرها

$$r = \frac{AC}{2} = \frac{|z_C - z_A|}{2} = |z_A| = \sqrt{34}$$

3) أ) $Z = \frac{(z - z_A)(\bar z + \bar z_A)}{(z - z_C)(\bar z - \bar z_C)} = \frac{(z - z_A)(\bar z + \bar z_A)}{(z - z_C)(\bar z + \bar z_A)} = \frac{z - z_A}{z - z_C}$

$$\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_C}\right) = (\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{AM}) = \pi$$

(Γ_1) هي القطعة $[AC]$ ما عدا A و C أي $]AC[$

ب) M' تنتمي إلى محور التراتيب أي Z تخيلي صرف

$$\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_C}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$(\overrightarrow{CM}; \overrightarrow{AM}) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ (Γ_2) دائرة قطرها $[AC]$ ما عدا A و C.

4) أ) $z_E = (1+i\sqrt3)\frac{3}{\sqrt2} e^{i(-\frac{\pi}{12})} = 2e^{i\frac{\pi}{3}} \cdot \frac{3}{\sqrt2} \cdot e^{i(-\frac{\pi}{12})}$

$$z_E = 3\sqrt2 \, e^{i(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{12})} = 3\sqrt2 \, e^{i\frac{\pi}{4}}$$

$$z_E = 3\sqrt2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i \sin\frac{\pi}{4}\right) = 3 + 3i$$

ب) $\frac{z_E}{1+i\sqrt3} = \frac{3+3i}{1+i\sqrt3} = \frac{(3+3i)(1-i\sqrt3)}{(1+i\sqrt3)(1-i\sqrt3)}$

$$\frac{z_E}{1+i\sqrt3} = \frac{3+3\sqrt3}{4} + i\,\frac{3-3\sqrt3}{4}$$

$$\frac{3}{\sqrt2}\left(\cos\frac{-\pi}{12} + i \sin\frac{-\pi}{12}\right) = \frac{3+3\sqrt3}{4} + i\,\frac{3-3\sqrt3}{4}$$

ومنه: $\begin{cases} \frac{3}{\sqrt2}\cos\frac{-\pi}{12} = \frac{3+3\sqrt3}{4} \\ \frac{3}{\sqrt2}\sin\frac{-\pi}{12} = \frac{3-3\sqrt3}{4} \end{cases}$: $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}$ ، $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}$

تمرين 2:

1) أ) $P(A) = \frac{C_2^2 + C_1^1 C_3^1 + C_3^2 + C_2^1 \cdot C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{1}{3}$

$$P(B) = \frac{C_6^2 + C_6^1 \cdot C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{13}{15}$$

$P(A\cap C) = \frac{C_1^1 \cdot C_3^1}{C_{10}^2} = \frac{1}{15}$ $P(C) = \frac{C_1^1 \cdot C_9^1}{C_{10}^2} = \frac{1}{5}$

$$P(A\cap B) = \frac{C_2^2 + C_2^1 \cdot C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{1}{5}$$

ب) $P(A)\times P(B) = \frac{13}{45}$ و $P(A)\times P(C) = \frac{1}{15}$

$P(A\cap B) \neq P(A)\times P(B)$ $P(A\cap C) = P(A)\times P(C)$

A و B غير مستقلين A و C مستقلين

ج) D : مجموعهما زوجي E : رقمين مختلفين

$$P(E) = \frac{C_1^1 \cdot C_9^1 + C_2^1 \cdot C_7^1 + C_3^1 \cdot C_4^1}{C_{10}^2} = \frac{7}{9}$$

$$P(E\cap D) = \frac{C_2^1 \cdot C_4^1 + C_1^1 \cdot C_3^1}{C_{10}^2} = \frac{11}{45}$$

$$P_E(D) = \frac{P(E\cap D)}{P(E)} = \frac{11}{35}$$

2) $P(X=1) = \frac{C_1^1 C_6^1}{C_{10}^2} = \frac{6}{45}$ $P(X=2) = \frac{C_2^2 + C_2^1 C_3^1}{C_{10}^2} = \frac{7}{45}$

$P(X=3) = \frac{C_3^1 C_4^1 + C_1^1 C_3^1 + C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{18}{45}$ $P(X=4) = \frac{C_2^1 C_4^1 + C_4^2}{C_{10}^2} = \frac{14}{45}$

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{15}$	$\frac{7}{45}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{14}{45}$

$$E(X) = \frac{26}{9}$$

3) $\frac{2A_{n-3}^1 \times A_4^1}{A_{n+1}^2} = 0,4$

$0,4n^2 - 7,6n + 24 = 0$ ، $n = 15$ أو $n = 4$ مرفوض

يجب إضافة 6 كريات

تمرين 3:

1) $\ln a^2 + \ln c^2 = 16$

$2(\ln a + \ln c) = 16$ أي $\ln a + \ln c = 8$

$\ln(a.c) = 8$ أي $a.c = e^8$

$b^2 = e^8$ ومنه: $b = e^4$

الاقتراح الصحيح هو أ)

2) الدالة المرفقة على $]0, +\infty[$: $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{e^x}} = 1$ $f'(x) = \frac{e^x}{(e^x+1)^2} > 0$

f متزايدة ونهايتها عند $+\infty$ تساوي 1

ومنه (u_n) متزايدة ومتقاربة

الاقتراح الصحيح هو أ)

3) $\lim_{n\to+\infty} u_{n+1} = \lim_{n\to+\infty} u_n = \ell$

$\ell = 2\ell - \ln(2e^{\ell} - 1)$

$\ln(2e^{\ell}-1) = \ell$ يكافئ $2e^{\ell} - 1 = e^{\ell}$

$e^{\ell} = 1$ ومنه: $\ell = 0$

الاقتراح الصحيح هو ج)

4) $V_1 = V_0 + 2(1) + 1 = 1$

$V_2 = V_1 + 2(2) + 1 = 4$

ومنه: $V_n = n^2$ هي التي تحقق

$V_{n+1} = n^2 + 2n + 1 = (n+1)^2$

الاقتراح الصحيح هو ب)

تمرين 4:

I-1) $\lim_{x\to0^+} f(x) = -\infty$ ؛ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to0^+} g(x) = +\infty$ ؛ $\lim_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

2) $0<x<1$: (C_f) أسفل (C_g) ؛ $x>1$: (C_f) أعلى (C_g) ؛ (C_f) يقطع (C_g) عند $I(1;-1)$

II-1) أ) $\lim_{x\to0^+} f(x) = -\infty$ ؛ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x\to0^+} g(x) = \lim_{x\to0^+}\left[\left(1-\frac{2}{x^2}\right)\ln x + x - 2\right] = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty}\left[\left(1-\frac{2}{x^2}\right)\ln x + x - 2\right] = +\infty$

ب) $f(x) - g(x) = (\ln x)\left(1 - \frac{x^2-2}{x^2}\right) = \frac{2\ln x}{x^2}$

$0<x<1$: (C_f) أسفل (C_g) ؛ $x>1$: (C_f) أعلى (C_g) ؛ (C_f) يقطع (C_g) عند $I(1;-1)$

$\lim_{x\to+\infty}\left[f(x) - g(x)\right] = \lim_{x\to+\infty} 2\frac{\ln x}{x^2} = 0$

ومنه: (C_f) و (C_g) متقاربان بجوار $+\infty$

2) أ) $f'(x) = 1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x} > 0$

ومنه: f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

ب) f مستمرة ومتزايدة تماما على $]1{,}5;1{,}6[$ ، $f(1{,}5) \simeq -0{,}09 < 0$ و $f(1{,}6) \simeq 0{,}07 > 0$ ، حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α

ج) $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ يشمل A نعوض $x=0$ و $y=-3$ في المعادلة

$-3 = f'(x_0)(0 - x_0) + f(x_0)$

$-3 = -x_0 - 1 + x_0 - 2 + \ln x_0$

$\ln x_0 = 0$ ومنه: $x_0 = 1$: Δ : $y = 2x - 3$

3) أ) $h(x) = 2\frac{\ln x}{x^2}$ ، h قابلة للاشتقاق لما $x>0$

$h'(x) = 2\cdot\frac{x^2\cdot\frac{1}{x} - 2x\ln x}{(x^2)^2} = 2\left(\frac{1-2\ln x}{x^3}\right)$

h متزايدة تماما على $]0;\sqrt{e}]$

h متناقصة تماما على $[\sqrt{e};+\infty[$

$h'(x) = 0$ من أجل $x = \sqrt{e}$.

x	0 $\sqrt{e}$ $+\infty$
$h'(x)$	$+$ 0 $-$
$h(x)$	$-\infty$ ↗ e^{-1} ↘ 0

ب) $M(x;f(x))$ و $N(x;g(x))$

$MN = \sqrt{(x-x)^2 + (g(x)-f(x))^2}$

$MN = \sqrt{(g(x)-f(x))^2} = |g(x) - f(x)|$

من أجل $x>1$: (C_f) أعلى (C_g) ، ومنه:

$MN = f(x) - g(x) = h(x)$

h تقبل قيمة حدية كبرى عند $x = \sqrt{e}$

ومنه تكون المسافة MN أكبر ما يمكن

من أجل $x = \sqrt{e}$ و $MN = e^{-1}$

ج) لدينا: $f(\alpha) = 0$ ، $\alpha - 2 + \ln\alpha = 0$

$\ln\alpha = 2 - \alpha$ لما $x = \alpha$: $MN = h(\alpha)$

$MN = \frac{2\ln\alpha}{\alpha^2} = \frac{2(2-\alpha)}{\alpha^2} = \frac{4-2\alpha}{\alpha^2}$ u.l

4) $\begin{cases} u(x) = \ln x \\ v'(x) = \frac{1}{x^2} \end{cases}$ $\begin{cases} u'(x) = \frac{1}{x} \\ v(x) = \frac{-1}{x} \end{cases}$

$\int_1^{\lambda} \frac{\ln x}{x^2}dx = \left[\frac{-\ln x}{x}\right]_1^{\lambda} - \int_1^{\lambda}\frac{-1}{x^2}dx = \left[\frac{-\ln x - 1}{x}\right]_1^{\lambda} = \left(\frac{\lambda - 1 - \ln\lambda}{\lambda}\right)$

$A(\lambda) = \int_1^{\lambda}(f(x) - g(x))dx = \int_1^{\lambda} h(x)dx$

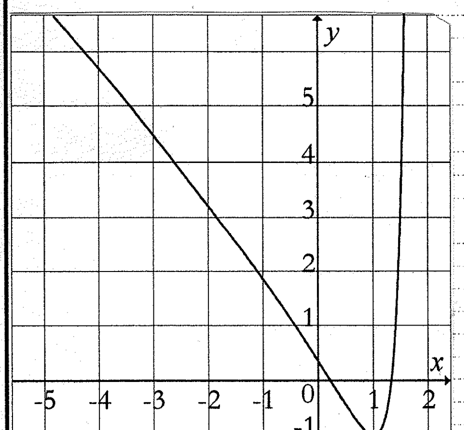
$A(\lambda) = 2\int_1^{\lambda}\frac{\ln x}{x^2}dx = 2\left(\frac{\lambda - 1 - \ln\lambda}{\lambda}\right)$ u.a

$\lim_{\lambda\to+\infty} A(\lambda) = \lim_{\lambda\to+\infty} 2\left(1 - \cancel{\frac{1}{\lambda}} - \cancel{\frac{\ln\lambda}{\lambda}}\right) = 2$ u.a

5) $K(x) = g(-x+2)$

(C_k) هو صورة نظير (C_g) بالنسبة لمحور التراتيب بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\binom{2}{0}$.

أو نسحب (C_g) ب $\vec{u}\binom{-2}{0}$ ثم نناظره بالنسبة لمحور التراتيب.



"عبد المطلب"