الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	اختبار الفصل الأول	الموسم الدراسي: 2023/2024م المدة: (2سا 30د) إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (9نقاط)

I- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-1+\dfrac{2}{x}+\ln x$.

$(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $1cm$).

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، وبيّن أنّ: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)=+\infty$ ، ثم فسّر هذه النهاية هندسيا.

2) أ) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

ب) (T) المماس للمنحني $(\mathscr{C})$ في النقطة ذات الفاصلة x_0 ، يقطع حامل محور الفواصل عند الفاصلة 2.

تحقّق أنّ: $x_0=2+\dfrac{f(x_0)}{f'(x_0)}$ ، ثم عيّن x_0 إذا علمت أنّ: $f'(x_0)+f(x_0)=0$ ، واكتب معادلة لـ (T).

3) أ) ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة إلى المنحني $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة: $x\mapsto -1+\ln x$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(f(x)-\ln x\right)$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

4) أ) اشرح كيفية رسم $(\mathscr{C}')$، ثم ارسم المماس (T)، المنحني $(\mathscr{C}')$ والمنحني $(\mathscr{C})$.

ب) عيّن بيانيا، قيم الوسيط الحقيقي m، التي من أجلها تقبل المعادلة: $f(x)=-x+e^{f(m)}$ حلين متمايزين.

II- f_k الدالة المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f_k(x)=-1+\dfrac{k}{x}+\ln x$. حيث k وسيط حقيقي موجب تماما.

ليكن $(\mathscr{C}_k)$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

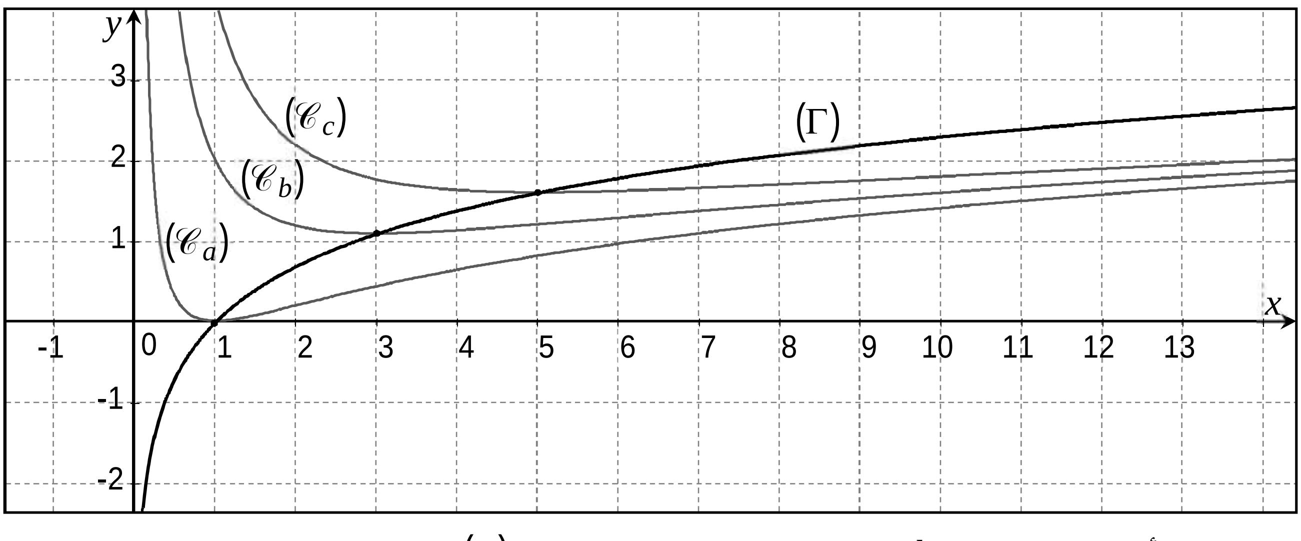
1) بيّن أنّ الدالة f_k متناقصة تماما على $]0;k]$ ومتزايدة تماما على $[k;+\infty[$. ماذا تمثّل النقطة $A_k(k;\ln k)$ ؟

2) بيّن أنّ f_k هي حل للمعادلة التفاضلية: $xy'+y=\ln x$ ، ثم عيّن الحل بحيث $(\mathscr{C}_k)$ يقبل مماسا يوازي (T) عند 2.

3) p و q عددين حقيقيين موجبين تماما حيث $p>q$. بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C}_p)$ أعلى من المنحني $(\mathscr{C}_q)$.

4) بيّن أنّ كل النقاط A_k تشكّل منحني (C) معادلته: $y=\ln x$. ادرس وضعية $(\mathscr{C}_k)$ بالنسبة إلى المنحني (C).

5) في الشكل أسفله التمثيلات البيانية: $(\mathscr{C}_a)$ ، $(\mathscr{C}_b)$ و $(\mathscr{C}_c)$ للدوال f_a ، f_b و f_c على الترتيب، والتمثيل البياني: (Γ).



عيّن مع التبرير الأعداد الحقيقية a، b و c، ثم تعرّف على التمثيل البياني (Γ).

سؤال إضافي: 01 نقطة

$M(\alpha;\beta)$ نقطة كيفية من المستوي. بيّن أنّه يوجد بيان وحيد $(\mathscr{C}_k)$ يشمل M . ماذا يمكن قوله عن $(\mathscr{C}_k)$ و $(\mathscr{C}_{k'})$؟ $k\neq k'$

تمرين2 (11نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x-7)e^{-x}+1$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ ، وبيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=1$.

2) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة g ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة: $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1,6<\alpha<1,7$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{xe^x-4e^x+4}{e^x+1}$.

$(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول $1cm$).

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة، ثم بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{e^{2x}g(x)}{(e^x+1)^2}$.

ب) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة f ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة: $y=x-4$ ، مقارب مائل للمنحني $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$.

ب) ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة إلى لمستقيم (Δ)، مع تحديد نقطة تقاطعهما.

4) أ) بيّن أنّ: $f(\alpha)=\alpha-3$ ، ثم أعط حصرا للعدد الحقيقي $f(\alpha)$.

ب) بيّن أنّ المعادلة: $f(x)=0$ تقبل حلين، أحدهما معدوم والآخر β حيث: $3,9<\beta<4$.

5) أ) ارسم المستقيم المقارب المائل (Δ) والمنحني $(\mathscr{C})$. نأخذ $f(\alpha)\approx-1,3$.

ب) m وسيط حقيقي. تحقّق أنّ المعادلة (E): $x+(7-m)e^{-x}-1-m=0$ تكافئ: $f(x)=m-3$ ، ثم عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين موجبين تماما.

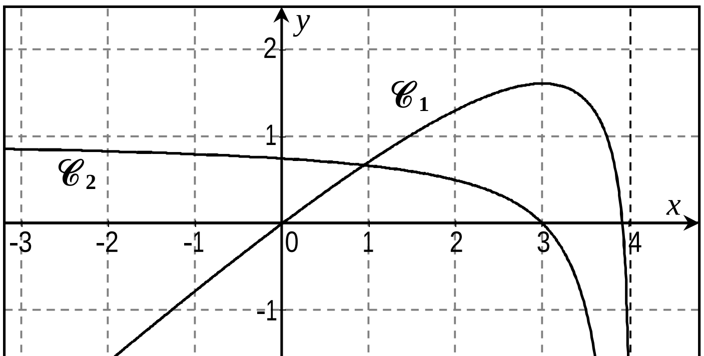
III- h الدالة العددية المعرّفة والقابلة للاشتقاق على المجال $]-\infty;4[$ بـ: $h(x)=x-\ln\left(\dfrac{4}{4-x}\right)$.

1) بيّن أنّ المعادلة: $h(x)=0$ تكافئ المعادلة: $f(x)=0$ ، ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $h(x)=0$.

في الشكل المقابل التمثيلين البيانيين $\mathscr{C}_1$ و $\mathscr{C}_2$، أحد هذين المنحنيين يمثّل الدالة h والآخر يمثل الدالة المشتقة h'.

$\mathscr{C}_1$ يقبل مماسا موازيا لحامل محور الفواصل في النقطة ذات الفاصلة 3، $\mathscr{C}_2$ يقطع حامل محور التراتيب عند الترتيبة $\dfrac{3}{4}$ ، وكذلك يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=1$ بجوار $-\infty$.

المستقيم ذو المعادلة $x=4$ مقارب لكل من $\mathscr{C}_1$ و $\mathscr{C}_2$.



باستعمال القراءة البيانية:

2) بيّن أنّ التمثيل البياني $\mathscr{C}_1$ هو الممثّل للدالة h .

3) عيّن النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to-\infty} h'(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to4\\ <}} h'(x)$ ،

$\lim\limits_{x\to3}\dfrac{h(x)-h(3)}{x-3}$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{h(x)}{x}$ و $\lim\limits_{x\to-4}\dfrac{xh(x+4)}{x+4}$.

4) اكتب معادلة لمماس المنحني $\mathscr{C}_1$ عند مبدأ الإحداثيات.

5) بيّن أنّ التمثيل البياني $\mathscr{C}_1$ لا يقبل نقطة انعطاف.

6) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة $(h')^2$ على المجال $]-\infty;4[$.

بالتوفيق