الموسم الدراسي: 2023/2024م **المدة**: (3سا) **إعداد**: عبد المطلب	**اختبار الفصل الثاني**	**الثانوية الخاصّة**: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) **المستوى**: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" **المادة**: رياضيات

مدرسة "الرجاء والتفوق" الخاصة
Ecole Erradja wa Tafaouk
ÉCOLE PRIVÉE

تمرين1 (5نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = \dfrac{7}{10} \\ u_{n+1} = \dfrac{4u_n + v_n}{5} \end{cases}$ و $\begin{cases} v_0 = \dfrac{1}{10} \\ v_{n+1} = \dfrac{2u_n + 3v_n}{5} \end{cases}$.

ومن أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $w_n = \dfrac{u_n - v_n}{2}$.

1) أ) برهن أنّ المتتالية (w_n) هندسية أساسها $\dfrac{2}{5}$، يطلب تعيين حدّها الأول w_0 .

ب) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n، ثم احسب نهاية w_n .

2) أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) متزايدة تماما والمتتالية (u_n) متناقصة تماما.

ب) بيّن أنّ المتتاليتين (u_n) و (v_n) متجاورتان.

3) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $t_n = 2u_n + v_n$. بيّن أنّ المتتالية (t_n) ثابتة، احسب قيمتها ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) من أجل كل عدد طبيعي n، نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$ و $S'_n = v_0 + v_1 + \ldots + v_n$.

احسب بدلالة n: $S_n - S'_n$ و $2S_n + S'_n$، ثم استنتج حساب المجموعين: S_n و S'_n .

تمرين2 (4نقاط)

يحتوي كيس U_1 على 4 كريات سوداء، n كرية حمراء $(n \geq 3)$ وكرية واحدة خضراء. (الكريات لا نفرق بينها عند اللمس)

1) نسحب كريتين في آن واحد بطريقة عشوائية، ونعتبر الأحداث التالية: A: سحب كريتين من نفس اللون.

B: سحب كريتين من لونين مختلفين. C: سحب كرية حمراء على الأقل.

بيّن أنّ احتمال الحدث A يساوي $\dfrac{n^2 - n + 12}{n^2 + 9n + 20}$، ثم احسب $p(B)$ ، $p(C)$ و $p(B \cup C)$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب لكريتين عدد الكريات السوداء المتحصل عليها.

عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X، واحسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.

3) نسحب من هذا الكيس كريتين على التوالي بدون إرجاع. احسب احتمال أن تكون الكرية الأولى المسحوبة حمراء.

4) يحتوي كيس U_2 على كرية واحدة سوداء وكرية واحدة حمراء، مشابهة لكريات الكيس الأول.

نسحب من الكيس U_1 كريتين سوداوين وكريتين حمراوين ثم نضعها في الكيس U_2. نختار عشوائيا أحد الكيسين ونسحب منه كرية واحدة. نعتبر الأحداث التالية: N: سحب كرية سوداء. R: سحب كرية حمراء. V: سحب كرية خضراء.

أ) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه العملية.

ب) عيّن قيمة n التي من أجلها احتمال سحب كرية من الكيس U_2 علما أنّها حمراء يساوي $\dfrac{2}{5}$.

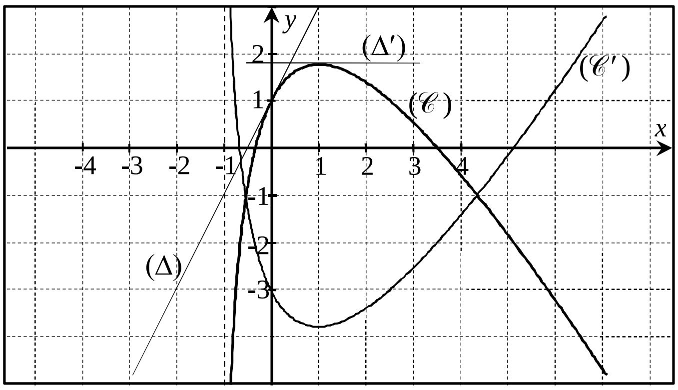
تمرين3 (4نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة مما يلي مع التبرير.

		الاقتراح أ)	الاقتراح ب)	الاقتراح ج)
1	المنحني الممثل للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=2x-1+(x^2+2x+3)e^{-x}$:	يقبل نقطة انعطاف واحدة	يقبل نقطتي انعطاف	لا يقبل نقطة انعطاف
2	المنحني الممثل للدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ بـ: $g(x)=x+\ln\left\|1-\frac{1}{x}\right\|$ يقبل كمركز تناظر النقطة:	$A(-1;0)$	$B\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$	$C\left(\frac{1}{2};0\right)$
3	h الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=3^{-x}+3^{x}$: القيمة المتوسطة لـ h على المجال $[0;1]$ هي:	$\frac{8}{3}$	$\frac{8}{3\ln 3}$	$\frac{4}{3\ln 3}$
4	مجموعة حلول المتراجحة $5\times 10^{-x}\leq 6-10^{x}$، في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ هي المجال:	$[1;5]$	$[0;\ln 5]$	$[0;\log 5]$

تمرين4 (7نقاط)

I- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=ax+b+c\ln(x+1)$ ، حيث a ، b و c ثلاثة أعداد حقيقية. ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المبيّن في الشكل المقابل. المستقيم (Δ) هو المماس للمنحني $(\mathscr{C})$ عند $x_0=0$ ، والمستقيم (Δ') هو المماس الأفقي لـ $(\mathscr{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=1$. باستعمال القراءة البيانية:



1) عيّن قيم الأعداد التالية: $f'(1)$ ، $f(0)$ و $f'(0)$.

2) استنتج قيم الأعداد الحقيقية: a ، b و c.

3) هل $(\mathscr{C}')$ هو التمثيل البياني لـ: $(-f)$ ، $(2+f-)$ أو $(2-f-)$؟ برّر إجابتك.

II- نفرض أنّ عبارة الدالة f هي: $f(x)=-2x+1+4\ln(x+1)$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ ، فسّر النتيجة بيانيا، ثم بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$.

2) احسب $f'(x)$ ، ادرس إشارتها ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

3) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1;+\infty[$ يطلب حصره بعددين طبيعيين متتابعين.

4) هل المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مماسا ميله -2؟ علّل إجابتك.

5) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $2\ln(x+1)=x+m$ حلين موجبين تماما.

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة، احسب: $I=\int_0^2\ln(x+1)\,dx$. (لاحظ أنّ $\frac{x}{x+1}=1-\frac{1}{x+1}$)

ب) احسب مساحة الحيّز المحدّد بالمنحني $(\mathscr{C})$ حامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=0$ و $x=2$.

III- نعتبر الدالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=-2|x|+1+4\ln(|x|+1)$.

1) أ) بيّن أنّ: $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}}\frac{h(x)-h(0)}{x}=2$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ <}}\frac{h(x)-h(0)}{x}=-2$. (نذكّر أنّ: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+1)}{x}=1$)

ب) ماذا يمكن قوله عن قابلية اشتقاق الدالة h عند الصفر؟ أعط تفسيرا هندسيا.

2) بيّن أنّ الدالة h زوجية، ثم استعمل المنحني $(\mathscr{C})$ لرسم المنحني $(\mathscr{C}_h)$ الممثل للدالة h مع الشرح. (سلم الرسم 2cm)

بالتوفيق