تصحيح البكالوريا التجريبي 2024

الموضوع 1 عبد المطلب

تمرين 1:

1) $u_2 = 8$ و $u_3 = \frac{64}{3}$ ،

$\frac{u_3}{u_2} \neq \frac{u_2}{u_1}$ و $u_3 - u_2 \neq u_2 - u_1$

ومنه: (u_n) ليست حسابية ولا هندسية

2) أ) P : $n=1$: $u_1 = 4$ ومنه $u_1>0$ (محققة)

نفرض أن $u_n>0$ ونبرهن صحة $u_{n+1}>0$

لدينا $u_n>0$ ، $\left(\frac{4n}{n+1}\right)\times u_n > 0$ ومنه $u_{n+1}>0$

من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$: $u_n>0$.

ب) $u_{n+1}-u_n = \frac{4n}{n+1}u_n - u_n = \frac{3n-1}{n+1}u_n > 0$

لأن من أجل $n>0$ ؛ $3n-1>0$ ((u_n) متزايدة)

3) أ) $V_{n+1} = \frac{n+1}{4^{n+1}}u_{n+1}+3 = \frac{n+1}{4^{n+1}}\left(\frac{4n}{n+1}\right)u_n+3$

$V_{n+1} = \frac{4n}{4^{n+1}}u_n+3 = \frac{n}{4^n}u_n+3 = V_n$

ومنه: (V_n) ثابتة

قيمة V_n : $V_n = V_1 = \frac{u_1}{4}+3 = 4$

ب) $V_n = \frac{n}{4^n}u_n+3$ يعني $u_n = \frac{(V_n-3)4^n}{n}$ ومنه $u_n = \frac{4^n}{n}$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty}\frac{e^{n\ln 4}}{n} = \lim\limits_{t\to+\infty}\ln 4\times\frac{e^t}{t} = +\infty$

ومنه: (u_n) متباعدة.

4) $P_n = u_1\times u_2\times\dots\times u_n = \frac{4^1}{1}\times\frac{4^2}{2}\times\dots\times\frac{4^n}{n}$

$P_n = \frac{4^{1+2+\dots+n}}{1\times2\times\dots\times n} = \frac{4^{\frac{n(n+1)}{2}}}{n!} = \frac{2^{n(n+1)}}{n!}$

$S_n = \frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+\dots+\frac{1}{u_n} = \frac{1}{9}\left(4-\frac{3n+4}{4^n}\right)$

$n=1$: $S_1 = \frac{1}{9}\left(4-\frac{7}{4}\right) = \frac{1}{4} = \frac{1}{u_1}$ (محققة)

نفرض صحة S_n ونبرهن صحة S_{n+1} أي $S_{n+1} = \frac{1}{9}\left(4-\frac{3n+7}{4^{n+1}}\right)$

$S_{n+1} = \frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+\dots+\frac{1}{u_n}+\frac{1}{u_{n+1}} = S_n + \frac{1}{u_{n+1}}$

$S_{n+1} = \frac{1}{9}\left(4-\frac{3n+4}{4^n}\right)+\frac{n+1}{4^{n+1}} = \frac{1}{9}\left(4-\frac{4(3n+4)}{4^{n+1}}+\frac{9(n+1)}{4^{n+1}}\right)$

$S_{n+1} = \frac{1}{9}\left(4-\frac{12n+16-9n-9}{4^{n+1}}\right) = \frac{1}{9}\left(4-\frac{3n+7}{4^{n+1}}\right)$

ومنه: من أجل كل $n\in\mathbb{N}^*$ S_n صحيحة (محققة)

تمرين 2:

1) $P(A) = \frac{C_3^1\times C_8^1 + C_4^1\times C_4^1}{C_{11}^2} = \frac{8}{11}$

$P(C) = \frac{2C_4^2 + C_3^2}{C_{11}^2} = \frac{3}{11}$

$P(A\cap C) = \frac{C_3^1\times C_1^1 + C_3^1\times C_1^1}{C_{11}^2} = \frac{6}{55}$

$P(A\cup C) = P(A)+P(C)-P(A\cap C) = \frac{49}{55}$

$P_{\bar C}(A) = \frac{P(A\cap\bar C)}{P(\bar C)} = \frac{P(A)-P(A\cap C)}{P(\bar C)} = \frac{17}{20}$

2) $P(X=3) = \frac{C_4^1\times C_4^1}{C_{11}^2} = \frac{16}{55}$ $\qquad P(X=1) = \frac{C_4^2}{C_{11}^2} = \frac{6}{55}$

$P(X=5) = \frac{C_4^1\times C_3^1}{C_{11}^2} = \frac{12}{55}$ $\qquad P(X=9) = \frac{C_3^2}{C_{11}^2} = \frac{3}{55}$

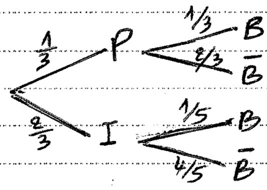
$P(X=4) = \frac{C_4^2 + C_4^1\times C_3^1}{C_{11}^2} = \frac{18}{55}$

x_i	1	3	4	5	9
$P(X=x_i)$	$\frac{6}{55}$	$\frac{16}{55}$	$\frac{18}{55}$	$\frac{12}{55}$	$\frac{3}{55}$

$E(X) = \frac{6}{55}+\frac{48}{55}+\frac{72}{55}+\frac{60}{55}+\frac{27}{55} = \frac{213}{55} \simeq 3{,}87$

$P(X\leq 3{,}87) = P(X=1)+P(X=3) = 0{,}4$

3) أ)



ب) $P(B) = P(P\cap B)+P(I\cap B)$

$= \frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\times\frac{1}{5}$

$P(B) = \frac{11}{45}$

$P_B(P) = \frac{P(P\cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{11}{45}} = \frac{5}{11}$

جـ) $P(N) = P(P\cap N)+P(I\cap N) = \frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\left(\frac{4+x}{15}\right)$

$\frac{1}{9}+\frac{2}{3}\left(\frac{4+x}{15}\right) = \frac{1}{3}$ ومنه: $x=1$

عدد الكريات السوداء المضافة هو 1

تمرين 3:

1) $Z^2-4Z+8=0$ ؛ $\Delta = -16 = 16i^2$

مترافقين $\begin{cases} Z_1 = 2-2i = 2\sqrt{2}\,e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)} \\ Z_2 = 2+2i = 2\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}} \end{cases}$

2) أ) $(Z_A-Z_B)^{99}+i(Z_A\times Z_B)^{66} = (4i)^{99}+i\,8^{66}$

$= 4^{99}\times i^{99}+i\,(2^3)^{66} = (2^2)^{99}\times i\,(i^2)^{49}+2^{198}i$

$= -2^{198}i+2^{198}i = 0$

ب) $\frac{Z_A}{Z_B} = \frac{2\sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}}{2\sqrt{2}\,e^{i\left(-\frac{\pi}{4}\right)}} = e^{i\frac{\pi}{2}}$.

$\left|\frac{Z_A}{Z_B}\right| = \frac{OA}{OB} = 1$ و $\arg\left(\frac{Z_A}{Z_B}\right) = (\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OA}) = \frac{\pi}{2}$

ومنه المثلث OAB متساوي الساقين وقائم في O

3) أ) $|Z-Z_A| = |\bar Z - Z_A|$ يعني: $|Z-Z_A| = |\bar Z-\bar Z_B|$

$|Z-Z_A| = |\overline{Z-Z_B}|$ يعني: $|Z-Z_A| = |Z-Z_B|$

$(AM = BM)$: (E_1) هي محور القطعة $[AB]$

ب) $z - z_I = |z_A - z_I| e^{i\theta}$ يعني $|z - z_I| = AI$

$(IM = AI)$: (E_2) هي دائرة مركزها I و $r = AI$

4) أ) T : $z' = 2e^{i\frac{\pi}{2}} z + 4 - 8i$

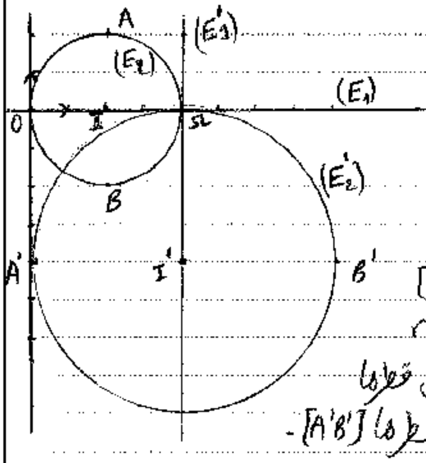
T تشابه مباشر نسبته 2 ، زاويته $\frac{\pi}{2}$

ومركزه Ω لاحقته $w = \frac{4-8i}{1-2i} = 4$ أي $\Omega(4;0)$

ب) $z_{A'} = 2i\, z_A + 4 - 8i = -4i$ ومنه $A'(0;-4)$

$z_{B'} = 2i\, z_B + 4 - 8i = 8 - 4i$ ومنه: $B'(8;-4)$

جـ)



(E'_1) هي محور $[A'B']$

أو منصّف $[A'B']$

(E'_2) هي الدائرة التي مركزها I' منتصف $[A'B']$

و نصف قطرها $r' = I'A'$

أو صورة الدائرة التي قطرها $[AB]$ هي الدائرة التي قطرها $[A'B']$.

تمرين 4:

1) أ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x-1} = 0$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} (-x-1)\left(-1 + \frac{e^{-x-1}}{-x-1}\right) = +\infty$$

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x) - x - 1\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-x-1} = 0$

ومنه: (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ$(\mathcal{C})$ بجوار $+\infty$

$\left(f(x) - x - 1\right) > 0$ ومنه $(\mathcal{C})$ أعلى (Δ).

2) أ) $f'(x) = 1 - e^{-x-1}$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

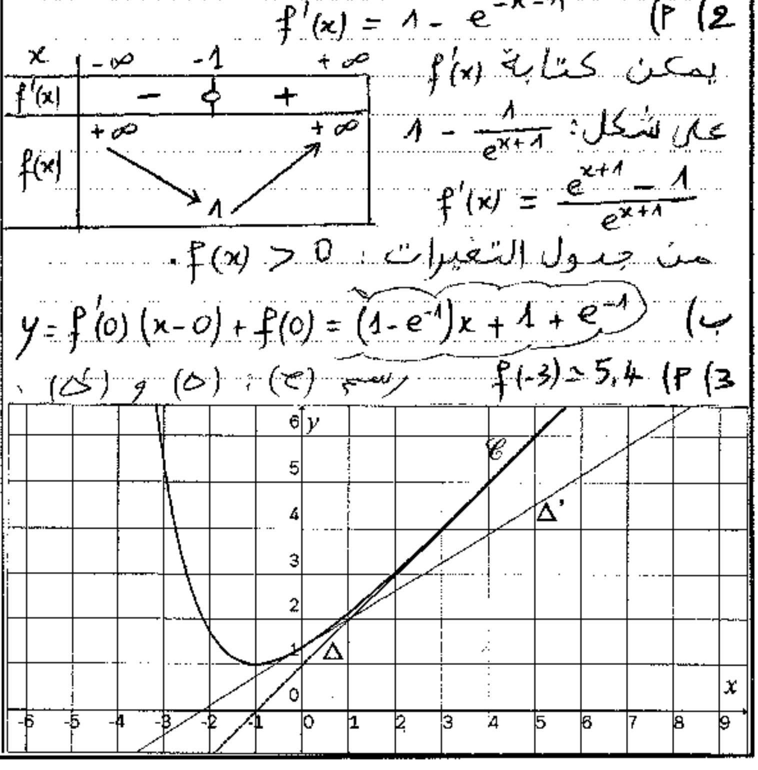
يمكن كتابة $f'(x)$ على شكل: $1 - \frac{1}{e^{x+1}}$

$$f'(x) = \frac{e^{x+1} - 1}{e^{x+1}}$$

من جدول التغيرات: $f(x) > 0$.

ب) $y = f'(0)(x - 0) + f(0) = (1 - e^{-1})x + 1 + e^{-1}$

3) أ) $f(-3) \simeq 5{,}4$ رسم $(\mathcal{C})$ ، (Δ) و (Δ') ،



ب) $1 - m e^{x+1} = 0$ يعني $e^{-x-1} = m$

$x + 1 + e^{-x-1} = x + m + 1$ أي $f(x) = x + m + 1$

حلول هذه المعادلة هي فواصل نقاط تقاطع $(\mathcal{C})$ مع المستقيمات الموازية لـ(Δ) (ميلها 1):

$m + 1 \leq 1$ أي $m \leq 0$ لا يوجد حلول.

$1 < m + 1 < 1 + e^{-1}$ أي $0 < m < e^{-1}$ حل وحيد موجب

$m + 1 > 1 + e^{-1}$ أي $m > e^{-1}$ حل وحيد سالب

$m + 1 = 1 + e^{-1}$ أي $m = e^{-1}$ حل وحيد معدوم

4) أ) $A(n) = \int_{-1+\ln n}^{-1+\ln(n+1)} \left(f(x) - x - 1\right) dx = \int_{-1+\ln n}^{-1+\ln(n+1)} e^{-x-1}\, dx$

$$A(n) = \left[-e^{-x-1}\right]_{-1+\ln n}^{-1+\ln(n+1)} = -e^{-\ln(n+1)} + e^{-\ln n}$$

ومنه: $A(n) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

ب) $S_n = A(1) + A(2) + \dots + A(n)$

$$\begin{aligned} S_n = {} & \tfrac{1}{1} - \cancel{\tfrac{1}{2}} \\ & + \cancel{\tfrac{1}{2}} - \cancel{\tfrac{1}{3}} \\ & + \cancel{\tfrac{1}{3}} - \tfrac{1}{4} \\ & + \ \vdots \qquad \vdots \\ & + \cancel{\tfrac{1}{n}} - \tfrac{1}{n+1} \end{aligned}$$

$S_n = \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) u a$

$S_n = \left(4 - \frac{4}{n+1}\right) cm^2$

$\lim\limits_{n\to+\infty} S_n = 4\ cm^2$

5) أ) $y = f'(a)(x - a) + f(a)$

$y = (1 - e^{-a-1})(x - a) + a + 1 + e^{-a-1}$

$y = (1 - e^{-a-1})x + 1 + (a+1)e^{-a-1}$

ب) $(1 - e^{-a-1})x + 1 + (a+1)e^{-a-1} = x + 1$

$-e^{-a-1}x + e^{-a-1}(a+1) = 0$

ومنه: $x = a + 1$ و $y = a + 2$ أي $N(a+1; a+2)$

$M'(a;0)$ و $N'(a+1;0)$

إذن: $M'N' = \sqrt{(a+1-a)^2 + 0^2} = 1$

(Δ') المماس لـ$(\mathcal{C})$ عند $x_0 = 0$ يقطع (Δ) عند $N(1;2)$

6) أ) $g(x) = \ln[f(x)]$ ومنه: $g'(x) = \frac{f'(x)}{f(x)}$

بما أن $f(x) > 0$ ومنه f و g لهما نفس اتجاه التغير

ب) $g(x) = \ln(x + 1 + e^{-x-1}) = \ln\left[e^{-x-1}\left(e^{x+1}(x+1) + 1\right)\right]$

$g(x) = \ln e^{-x-1} + \ln\left(e^{x+1}(x+1) + 1\right)$

$g(x) = -x - 1 + \ln\left(1 + (x+1)e^{x+1}\right)$

$$\lim_{x\to-\infty} \left(f(x) + x + 1\right) = \lim_{x\to-\infty} \ln\left(1 + (x+1)e^{x+1}\right) = 0$$

لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} (x+1)e^{x+1} = 0$ ($\lim\limits_{X\to-\infty} Xe^{X} = 0$)

منحنى g يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته $y = -x - 1$ بجوار $-\infty$.

عبد المطلب

تصحيح البكالوريا التجريبي 2024م

الموضوع 2 — عبد المطلب

تمرين 1:

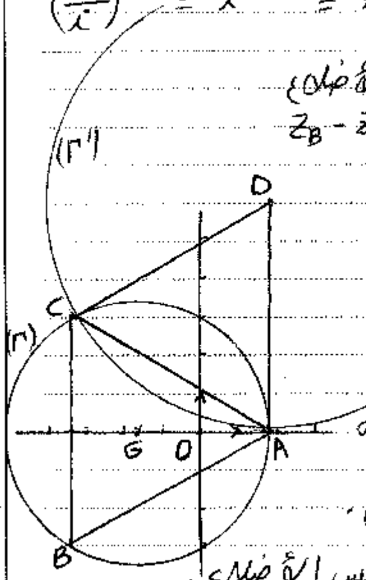
I-1) $Z-\sqrt{3}=0$ أي $Z_1=\sqrt{3}$

$Z^2+4\sqrt{3}Z+21=0$ ، $\Delta=-36=36i^2$

$Z_2=-2\sqrt{3}-3i$ و $Z_3=-2\sqrt{3}+3i$

2) $\left(\dfrac{Z_1+Z_2+Z_3}{3\sqrt{3}i}\right)^{1445}=\left(\dfrac{-3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}i}\right)^{1445}=$

$\left(\dfrac{-1}{i}\right)^{1445}=i^{1445}=i\times(i^2)^{722}=i$



II-1) ABCD متوازي الأضلاع

$\vec{AB}=\vec{DC}$ أي $Z_B-Z_A=Z_C-Z_D$

$Z_D=Z_A+Z_C-Z_B=\sqrt{3}+6i$

2) أ) $\dfrac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=\dfrac{6i}{3\sqrt{3}+3i}$

$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i=e^{i\frac{\pi}{3}}$

$\arg\left(\dfrac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}\right)=(\vec{BA};\vec{BC})=\dfrac{\pi}{3}$

$\left|\dfrac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}\right|=1$ أي $BC=BA$.

ومنه المثلث ABC متقايس الأضلاع.

ب) G مركز ثقل ABC: $Z_G=\dfrac{Z_A+Z_B+Z_C}{3}=-\sqrt{3}$

مركز الدائرة (Γ) هو G حيث $G(-\sqrt{3};0)$ ونصف

قطرها $r=GA=2\sqrt{3}$ ومنه معادلة (Γ)

$(x+\sqrt{3})^2+y^2=12$

جـ) $\dfrac{Z_C-Z_B}{Z_A-Z_B}=e^{i\frac{\pi}{3}}$ يعني $Z_C-Z_B=e^{i\frac{\pi}{3}}(Z_A-Z_B)$

منه: C صورة A بالدوران r مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{3}$

3) أ) $Z_D=\dfrac{\alpha Z_A-Z_B+Z_C}{\alpha}$. $(\alpha\neq0)$

$\alpha(\sqrt{3}+6i)=\alpha\sqrt{3}+2\sqrt{3}+3i-2\sqrt{3}+3i$ ومنه $\alpha=1$

ب) $\|\vec{MA}-\vec{MB}+\vec{MC}\|=\|\vec{MC}-\vec{MD}\|$

$\|\vec{MD}+\vec{DA}-\vec{MD}-\vec{DB}+\vec{MD}+\vec{DC}\|=\|\vec{DM}+\vec{MC}\|$

$\|\vec{MD}+\underbrace{\vec{DA}-\vec{DB}+\vec{DC}}_{\vec{0}}\|=\|\vec{DC}\|$

$MD=DC$ (Γ') هي دائرة مركزها D و $r=DC$.

تمرين 2:

1) $f'(x)=\dfrac{2+\ln x}{x^2}$ ، ومنه: $f'(1)=2$

$g'(x)=(2x-1)e^x$ ، ومنه: $g'(1)=e$

$h'(x)=\dfrac{2}{\sqrt{4x-3}}$ ، ومنه: $h'(1)=2$

2) أ) $3f'(1)=6$ ، ومنه $k'(1)=6$ أي $X=6$

$3g'(1)=3e$ ، ومنه: $k'(1)=3e$ أي $X=3e$

$2f'(1)+g'(1)=e+4$ ، ومنه: $k'(1)=e+4$ أي $X=e+4$

$2f'(1)+h'(1)=6$ ، ومنه: $k'(1)=6$ أي $X=6$

$2g'(1)+f'(1)=2e+2$ ، ومنه: $k'(1)=2e+2$: $X=2e+2$

$2g'(1)+h'(1)=2e+2$ ، ومنه: $k'(1)=2e+2$ أي $X=2e+2$

$f'(1)+g'(1)+h'(1)=e+4$ ، ومنه: $k'(1)=e+4$ أي $X=e+4$

إذن قيم X هي: $\{6;e+4;2e+2;3e\}$

$P(X=6)=\dfrac{C_4^3+C_4^2\times C_1^1}{C_8^3}=\dfrac{5}{28}$

ب) $P(X=e+4)=\dfrac{C_4^2\times C_3^1+C_4^1\times C_3^1\times C_1^1}{C_8^3}=\dfrac{15}{28}$

$P(X=2e+2)=\dfrac{C_3^2\times C_4^1+C_3^2\times C_1^1}{C_8^3}=\dfrac{15}{56}$

$P(X=3e)=\dfrac{C_3^3}{C_8^3}=\dfrac{1}{56}$

x_i	6	$e+4$	$2e+2$	$3e$
$P(X=x_i)$	$\frac{5}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$

$E(X)=\dfrac{30}{28}+\dfrac{15(e+4)}{28}+\dfrac{15(2e+2)}{56}+\dfrac{3e}{56}$

$E(X)=\dfrac{9e+30}{8}$

3) $P=6\left(\dfrac{4^1\times3^1\times1^1}{8^3}\right)=\dfrac{9}{64}$

$hgf - hfg - ghf - gfh - fhg - fgh$

تمرين 3:

1) $9U_2=6U_1-U_0$ ومنه: $U_2=\frac{2}{9}$

$U_0+U_2\neq2U_1$ $\qquad$ $U_0\times U_2\neq U_1^2$

(الوسط الحسابي) $\qquad$ (الوسط الهندسي)

2) $V_{n+1}=3U_{n+2}-U_{n+1}=3\left(\dfrac{6U_{n+1}-U_n}{9}\right)-U_{n+1}$

$V_{n+1}=\dfrac{3U_{n+1}-U_n}{3}=\dfrac{1}{3}V_n$

ومنه: (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$ و $V_0=1$

$V_n=V_0\cdot q^n=\left(\dfrac{1}{3}\right)^n$

3) أ) $W_{n+1}-W_n=\dfrac{U_{n+1}}{V_{n+1}}-\dfrac{U_n}{V_n}=\dfrac{\frac{V_n+U_n}{3}}{\frac{V_n}{3}}-\dfrac{U_n}{V_n}$

$W_{n+1}-W_n=\dfrac{V_n+U_n}{V_n}-\dfrac{U_n}{V_n}=1+\dfrac{U_n}{V_n}-\dfrac{U_n}{V_n}=1$

ومنه: (W_n) متتالية حسابية أساسها 1 و $W_0=0$.

ومنه: $W_n = W_0 + nr$; $W_n = n$

ب) $W_n = \frac{U_n}{V_n}$ بمعنى: $U_n = W_n \cdot V_n$

$U_n = n\left(\frac{1}{3}\right)^n$ ، ومنه: $U_n = \frac{n}{3^n}$

$\lim_{n\to+\infty} U_n = \lim_{n\to+\infty}\frac{n}{3^n} = \lim_{n\to+\infty}\frac{n}{e^{n\ln 3}} = \lim_{t\to+\infty}\frac{1}{\ln 3}\left(\frac{t}{e^t}\right) = 0$

ومنه: (U_n) متقاربة.

4) $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n = \frac{1}{4}\left(3 - \frac{2n+3}{3^n}\right)$

$n=0$: $S_0 = \frac{1}{4}\left(3 - \frac{3}{1}\right) = 0 = U_0$ (محققة)

نفرض أن $S_n = \frac{1}{4}\left(3 - \frac{2n+3}{3^n}\right)$ ونبرهن أن $S_{n+1} = \frac{1}{4}\left(3 - \frac{2n+5}{3^{n+1}}\right)$

$S_{n+1} = U_0 + U_1 + \dots + U_n + U_{n+1} = S_n + U_{n+1}$

$S_{n+1} = \frac{1}{4}\left(3 - \frac{2n+3}{3^n}\right) + \frac{n+1}{3^{n+1}} = \frac{1}{4}\left(3 - \frac{3(2n+3)}{3^{n+1}} + \frac{4(n+1)}{3^{n+1}}\right)$

$S_{n+1} = \frac{1}{4}\left(3 - \frac{6n+9-4n-4}{3^{n+1}}\right) = \frac{1}{4}\left(3 - \frac{2n+5}{3^{n+1}}\right)$

(محققة) ومنه: من أجل كل $n \in \mathbb{N}$ S_n صحيحة.

تمرين 4:

I-1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ لأن $\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+}\left(x(\ln x)^2 - 4x\ln x + 4x\right) = \lim_{t\to-\infty}\left(t^2e^t - 4te^t + 4e^t\right) = 0$

2) أ) $f'(x) = (2-\ln x)^2 + 2\left(\frac{-1}{x}\right)(2-\ln x)x$

$f'(x) = 4 + (\ln x)^2 - 4\ln x - 2(2-\ln x) = (\ln x)^2 - 2\ln x$

$f'(x) = \ln x(\ln x - 2)$

ب) إشارة $f'(x)$:

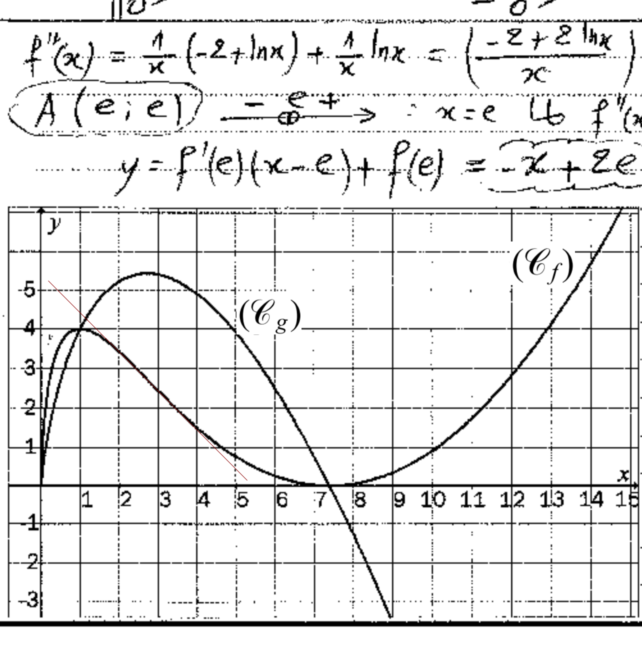
x	0		1		e^2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

جـ) $f''(x) = \frac{1}{x}(-2+\ln x) + \frac{1}{x}\ln x = \left(\frac{-2+2\ln x}{x}\right)$

$f''(x) = 0$ لما $x = e$ ، $A(e;e)$

(Δ): $y = f'(e)(x-e) + f(e) = -x + 2e$

3) أ)



$f(15) \simeq 7,5$

$g(10) \simeq -6$

ب) الحلول $f(x) = -m$ عبارة عن فواصل تقاطع (C_f) مع المستقيمات ذات معادلة $y = -m$

$-m < 0$ أي $m > 0$: لا يوجد حلول

$-m = 0$ أي $m = 0$: حل مضاعف $(x = e^2)$

$0 < -m < 4$ أي $-4 < m < 0$: 3 حلول

$-m = 4$ أي $m = -4$: حلان أحدهما مضاعف

$-m > 4$ أي $m < -4$: حل وحيد.

II-1) $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$ لأن $\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$

$\lim_{x\to 0^+} g(x) = \lim_{x\to 0^+}(4x - 2x\ln x) = 0$

2) $g'(x) = 2(2-\ln x) - \frac{1}{x}(2x) = 2 - 2\ln x$

x	0		e		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	$2e$	$\searrow$	$-\infty$

3) أ) $f(x) - g(x) = x(2-\ln x)^2 - 2x(2-\ln x)$

$= (2-\ln x)\left(x(2-\ln x) - 2x\right) = (-2+\ln x)(x\ln x)$

ومنه: $f(x) - g(x) = xf'(x)$

ب) إشارة $(f(x)-g(x))$ من إشارة $f'(x)$

x	0		1		e^2	
		$+$	0	$-$	0	$+$

$x \in]1;e^2[$: (C_f) أسفل (C_g)

$x \in]0;1[\cup]e^2;+\infty[$: (C_f) أعلى (C_g).

(C_f) يقطع (C_g) عند $(1;4)$ و $(e^2;0)$

4) أ) $\int_1^{e^2}(f(x)-g(x))\,dx = \int_1^{e^2} xf'(x)\,dx$

$$\begin{cases} u'(x) = 1 \\ v(x) = f(x) \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = x \\ v'(x) = f'(x) \end{cases}$$

$\int_1^{e^2}(f(x)-g(x))\,dx = \left[xf(x)\right]_1^{e^2} - \int_1^{e^2} f(x)\,dx$

ومنه، $\int_1^{e^2}(f(x)-g(x))\,dx = -4 - \int_1^{e^2} f(x)\,dx$

ب) $\int_1^{e^2} g(x)\,dx = \int_1^{e^2} 2x(2-\ln x)\,dx$

$$\begin{cases} u'(x) = \frac{-1}{x} \\ v(x) = x^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} u(x) = 2-\ln x \\ v'(x) = 2x \end{cases}$$

$\int_1^{e^2} g(x)\,dx = \left[x^2(2-\ln x)\right]_1^{e^2} - \int_1^{e^2} -x\,dx$

$\int_1^{e^2} g(x)\,dx = \left[x^2(2-\ln x) + \frac{x^2}{2}\right]_1^{e^2}$

$\int_1^{e^2} g(x)\,dx = \frac{e^4-5}{2}$

$\int_1^{e^2} f(x)\,dx - \int_1^{e^2} g(x)\,dx = -4 - \int_1^{e^2} f(x)\,dx$

$\int_1^{e^2} f(x)\,dx = \frac{1}{2}\int_1^{e^2} g(x)\,dx - 2 = \frac{e^4-13}{4}$

جـ) $A = \int_1^{e^2}(g(x)-f(x))\,dx = \frac{e^4+3}{4}$ u.a

$A \simeq 14,4$ u.a

" عبد المطلب "