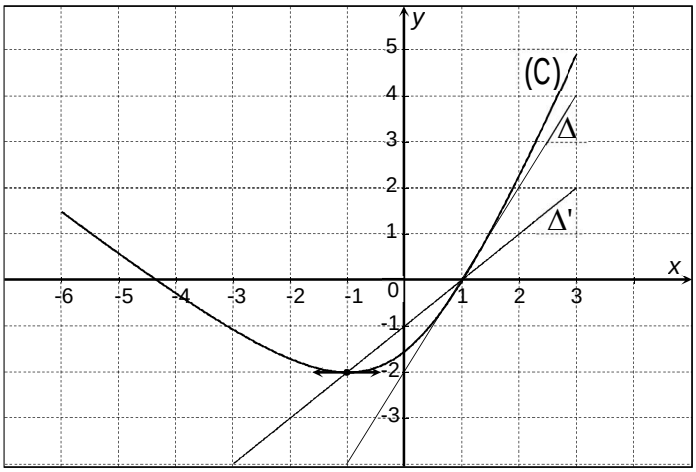
المؤسسة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي ع-ت و ت-ر المادة: رياضيات	**الفرض الثاني** **للفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2015/2014م المدة: ساعتان (2سا) إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (9نقاط)



في الشكل المرفق: المنحني (C) الذي يمثل بيان الدالة f المعرفة على المجال $[-6;3]$، Δ و Δ' مستقيمين، حيث Δ هو المماس لـ (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

1) عيّن بيانيا قيمة كل من $f(1)$ ، $f(-1)$ و $f'(-1)$.

2) ماذا تمثل $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$ ؟ احسب هذه النهاية؟

3) اكتب معادلة لكل من المماس Δ لـ (C) والمستقيم Δ'.

4) حل على المجال $[-6;3]$ المتراجحة $f(x)\le x-1$.

5) g الدالة المعرفة على المجال $[-2;1]$ بـ: $g(x)=f(3x)$. ادرس إشارة $g'(x)$ على $[-2;1]$ واحسب $g'\left(\frac{1}{3}\right)$.

6) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كلّ x من $[-6;3]$ فإنّ: $f(x)=ax+b+c\sqrt{x^2+3}$.

7) لتكن h الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=x-5+2\sqrt{x^2+3}$.

أ) حل في مجموعة الأعداد الحقيقية المعادلة $h(x)=0$.

ب) بيّن أنّ المنحني الممثل للدالة h في معلم متعامد ومتجانس يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=3x-5$ بجوار $+\infty$، وكذلك يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y=-x-5$ بجوار $-\infty$.

تمرين2 (11نقطة)

f الدالة العددية المعرّفة على $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ $D_f=$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x^3-10x^2+16x-9}{2(x-2)^2}$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد x من D_f فإنّ $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{(x-2)^2}$.

2) احسب النهايات عند حدود مجالي مجموعة تعريف الدالة f.

3) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا $(\mathscr{D})$ معادلته $y=x-1$. عيّن معادلة للمستقيم المقارب الآخر.

4) تحقّق أنّه لما $x\neq 2$ فإنّ $f'(x)=\dfrac{(x-1)(x^2-5x+7)}{(x-2)^3}$. ادرس إشارة $f'(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

5) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $2{,}5<\alpha<2{,}6$.

6) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة 3.

7) احسب $f(0)$ و $f(1{,}5)$ ، ثم ارسم $(\mathscr{D})$ ، (Δ) والمنحني $(\mathscr{C})$.

8) استعمل المنحني $(\mathscr{C})$ لتعيين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $f(x)=2x+m$ ثلاثة حلول متمايزة.

9) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $g(x)=|x-1|-\dfrac{1}{2(x-2)^2}$

دون حساب $g'(x)$ ، احسب النهايتين $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\dfrac{g(x)-g(1)}{x-1}$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1}\dfrac{g(x)-g(1)}{x-1}$. ماذا تستنتج؟

تصحيح الفرض 2 للفصل 1 : (2014)

"عبد المطلب"

تمرين 1 :

1) $f(1)=0$ ، $f(-1)=-2$ و $f'(-1)=0$

2) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=f'(1)$ تمثل معامل توجيه المماس Δ

$$f'(1)=\frac{4-0}{3-1}=2$$

3) $y_1=2x-2\ (\Delta)$ و $y_2=x-1\ (\Delta')$

4) $f(x)\leq x-1$ لما $-1\leq x\leq 1$

5) $g'(x)=3f'(3x)$ (مشتق دالة مركبة)

$g'(x)=0$ لما $3x=-1$ أي $x=-1/3$

$g'(x)>0$ لما $f'(3x)>0$ أي $-1<3x\leq 3$ أي $-\frac{1}{3}<x\leq 1$

$g'(x)<0$ لما $-6\leq 3x<-1$ أي $-2\leq x<-\frac{1}{3}$

إشارة $g'(x)$: -2 $-$ $-1/3$ $+$ 1

$$g'(1/3)=3\times f'(1)=3\times 2=6$$

6) $f'(x)=a+\frac{cx}{\sqrt{x^2+3}}$

$$\begin{cases} f(1)=0 \\ f(-1)=-2 \\ f'(-1)=0 \end{cases} \text{ منه } \begin{cases} a+b+2c=0 \\ -a+b+2c=-2 \\ a-\frac{c}{2}=0 \end{cases}$$

عند حل هذه الجملة: $a=1$ ، $b=-5$ و $c=2$

7) أ) $h(x)=0$ أي $x-5+2\sqrt{x^2+3}=0$

$$2\sqrt{x^2+3}=-x+5 \quad (x\leq 5)$$

$$4(x^2+3)=(-x+5)^2$$

$$3x^2+10x-13=0$$

نجد: $x_1=1$ و $x_2=-13/3$

ب) $\lim_{x\to+\infty}\left[h(x)-(3x-5)\right]=\lim_{x\to+\infty}(2\sqrt{x^2+3}-2x)$

$$=\lim_{x\to+\infty}2\left(\frac{(\sqrt{x^2+3}-x)(\sqrt{x^2+3}+x)}{\sqrt{x^2+3}+x}\right)$$

$$=\lim_{x\to+\infty}2\times\frac{3}{\sqrt{x^2+3}+x}=0$$

$$\lim_{x\to-\infty}\left[h(x)-(-x-5)\right]=\lim_{x\to-\infty}(2\sqrt{x^2+3}+2x)$$

$$=\lim_{x\to-\infty}2\times\frac{3}{\sqrt{x^2+3}-x}=0$$

تمرين 2 :

1) $f(x)=\frac{ax^3+(b-4a)x^2+4(a-b)x+4b+c}{(x-2)^2}$

بالمطابقة مع $f(x)$: (نضرب ونقسم على 2)

$$\begin{cases} 2a=2 \\ 2(b-4a)=-10 \\ 2\times 4(a-b)=16 \\ 2(4b+c)=-9 \end{cases}$$

نجد: $a=1$ ، $b=-1$ ، $c=-\frac{1}{2}$

ومنه: $f(x)=x-1-\frac{1}{2(x-2)^2}$

2) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ ؛ $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$

$$\lim_{x\to 2}f(x)=-\infty$$

3) $\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=\lim_{|x|\to+\infty}\frac{-1}{2(x-2)^2}=0$

ومنه: $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل (C).

ومنه $\lim_{x\to 2}f(x)=-\infty$ ومنه $x=2$ مستقيم مقارب (C)

4) $$f'(x)=\frac{(x-2)(x^3-6x^2+12x-7)}{(x-2)^4}$$

$$f'(x)=\frac{(x-1)(x^2-5x+7)}{(x-2)^3}$$

إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2-5x+7		$+$		$+$		$+$	
$(x-2)^3$		$-$		$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

جدول تغيرات f:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-0,5$	$\searrow$	$-\infty$ $\|$ $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

5) f مستمرة و متزايدة على $]2,5;2,6[$

$f(2,5)=-0,5<0$ و $f(2,6)\simeq 0,2>0$

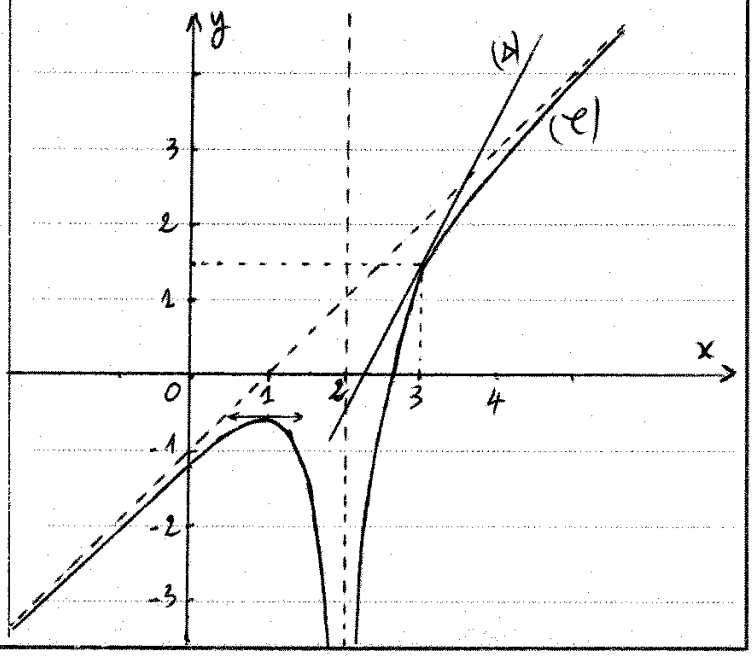
ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة

فإن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا: $2,5<\alpha<2,6$

6) $y=f'(3)(x-3)+f(3)$

$y=2x-\frac{9}{2}$

7) $f(0)=-1,125$ و $f(1,5)=-1,5$



8) $f(x)=2x+m$ هي فواصل نقاط تقاطع (C) مع المستقيمات التي ميلها 2 أي الموازية للمماس (Δ)،

$m\in]-\infty,-\frac{9}{2}[$ (3 حلول متمايزة)

9)

$$\lim_{x\overset{>}{\to}1}\frac{g(x)-g(1)}{x-1}=\lim_{x\overset{>}{\to}1}\frac{x-1-\frac{1}{2(x-2)^2}+\frac{1}{2}}{x-1}$$

$$=\lim_{x\overset{>}{\to}1}\frac{2x^3-9x^2+12x-5}{2(x-1)(x-2)^2}$$

$$=\lim_{x\overset{>}{\to}1}\frac{(x-1)(2x^2-7x+5)}{2(x-1)(x-2)^2}$$

$$=\lim_{x\overset{>}{\to}1}\frac{2x^2-7x+5}{2(x-2)^2}=0$$

$$\lim_{x\overset{<}{\to}1}\frac{g(x)-g(1)}{x-1}=\lim_{x\overset{<}{\to}1}\frac{-x+1-\frac{1}{2(x-2)^2}+\frac{1}{2}}{x-1}$$

$$=\lim_{x\overset{<}{\to}1}\frac{-2x^3+11x^2-20x+11}{2(x-1)(x-2)^2}$$

$$=\lim_{x\overset{<}{\to}1}\frac{(x-1)(-2x^2+9x-11)}{2(x-1)(x-2)^2}$$

$$=\lim_{x\overset{<}{\to}1}\frac{-2x^2+9x-11}{2(x-2)^2}=-2$$

$$g'_d(1)\neq g'_g(1)$$

ومنه g غير قابلة للاشتقاق عند 1

"عبد المطلب"