المؤسسة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) **المستوى:** ثالثة ثانوي ع-ت و ت-ر **المادة:** رياضيات	**الفرض الثاني** **للفصل الثاني**	**الموسم الدراسي:** 2015/2014م **المدة:** ساعة ونصف ساعة (1سا 30د) **إعداد:** عبد المطلب

تمرين1 (11نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط: $A(-1;2;3)$ ، $B(1;-2;5)$ ، $C(2;0;8)$ و $D(3;3;1)$ ، والمستوي $(\mathscr{P})$ ذي المعادلة الديكارتية $4x+y-2z+8=0$.

1) تحقّق أنّ النقط A ، B و C تعرّف المستوي $(\mathscr{P})$.

2) بيّن أنّ المثلث ABC قائم في B ثم احسب مساحته.

3) بيّن أنّ المسقط العمودي للنقطة D على المستوي $(\mathscr{P})$ هي النقطة A.

4) احسب بطريقتين مختلفتين بعد النقطة D عن المستوي $(\mathscr{P})$.

5) احسب حجم رباعي الوجوه ABCD ومساحة المثلث ABD.

6) أ) عيّن النقطة G مرجح الجملة: $\{(A,2);(B,1);(C,-1)\}$.

ب) عيّن المجموعة $(\mathscr{E})$ للنقط M من الفضاء بحيث $\left\|2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=4$.

ج) بيّن أنّ المستوي $(\mathscr{P})$ والمجموعة $(\mathscr{E})$ يتقاطعان. عيّن الطبيعة والعناصر المميّزة للمجموعة $(\mathscr{F})$ تقاطع $(\mathscr{P})$ و $(\mathscr{E})$.

تمرين2 (09نقاط)

في الفضاء المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر المستوي $(\mathscr{P}_1)$ والمستقيم $(\mathscr{D}_1)$ المعرّفان بتمثيلهما الوسيطي على الترتيب: $\begin{cases}x=\alpha+\beta+1\\y=2\alpha-2\beta\\z=-2\beta\end{cases}$ و $\begin{cases}x=t\\y=4t+2\\z=t+2\end{cases}$ (t ، α و β أعدادا حقيقية)

1) تأكّد أنّ المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathscr{P}_1)$ هي $2x-y+2z-2=0$.

2) ليكن $(\mathscr{P}_2)$ المستوي المار من النقطة $A(1;-3;3)$ والعمودي على المستوي $(\mathscr{P}_1)$.

تحقّق أنّ المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathscr{P}_2)$ هي $x-z+2=0$.

3) بيّن أنّ المستويين $(\mathscr{P}_1)$ و $(\mathscr{P}_2)$ يتقاطعان وفق المستقيم $(\mathscr{D}_1)$.

4) احسب بطريقتين مختلفتين المسافة بين النقطة A والمستقيم $(\mathscr{D}_1)$.

5) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\mathscr{D}_2)$ الذي يشمل النقطة A والعمودي على المستوي $(\mathscr{P}_2)$.

6) بيّن أنّ المستقيمين $(\mathscr{D}_1)$ و $(\mathscr{D}_2)$ ليسا من المستوي نفسه.

انتهى

تصحيح الفرض 2 للفصل 2 (2015)

تمرين 1:

1) المستوي (ABC) هو المستوي (P)

يعني أن (P) يشمل A ، B و C.

$A: 4(-1)+2-2(3)+8=0$

$B: 4-2-2(5)+8=0$

$C: 4(2)+0-2(8)+8=0$

2) $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\-4\\2\end{pmatrix}$ و $\vec{BC}\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$

$\vec{AB}\cdot\vec{BC}=2-8+6=0$

ومنه المثلث ABC قائم في B.

$AB=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ و $BC=\sqrt{14}$

$S_{(ABC)}=\frac{AB\times BC}{2}=\frac{2\sqrt{6}\times\sqrt{14}}{2}=2\sqrt{21}\ u.a$

3) $\vec{AD}\begin{pmatrix}4\\1\\-2\end{pmatrix}$ و $\vec{n}\begin{pmatrix}4\\1\\-2\end{pmatrix}$

حيث $\vec{n}$ الشعاع الناظمي لـ (P).

$\vec{AD}$ و $\vec{n}$ مرتبطان خطيا لأن:

$\vec{AD}=k\vec{n}$ $(k=1)$ وكذلك $A\in(P)$.

ومنه: A هي المسقط العمودي لـ D على (P)

4) $d(D,(P))=\frac{|3\times4+3-2+8|}{\sqrt{16+1+4}}=\sqrt{21}$

$AD=\sqrt{16+1+4}=\sqrt{21}$

5) $V=\frac{1}{3}S_{(ABC)}\times AD=\frac{1}{3}\times2\sqrt{21}\times\sqrt{21}$

$V=14\ u.v$

• المثلث ABD قائم في A:

$S_{(ABD)}=\frac{AB\times AD}{2}=\frac{2\sqrt{6}\times\sqrt{21}}{2}=3\sqrt{14}\ u.a$

طريقة أخرى لحساب $S_{(ABD)}$.

$V=\frac{1}{3}\cdot S_{(ABD)}\times BC$ ومنه:

$S_{(ABD)}=\frac{3V}{BC}=\frac{3\times14}{\sqrt{14}}=3\sqrt{14}\ u.a$

6) أ) G موجود لأن $2+1-1\neq0$

$G\left(\frac{2(-1)+1-2}{2+1-1};\frac{2(2)-2+0}{2+1-1};\frac{2(3)+5-8}{2+1-1}\right)$

$G\left(-\frac{3}{2};1;\frac{3}{2}\right)$

ب) $\|2\vec{MA}+\vec{MB}-\vec{MC}\|=4$

$\|2(\vec{MG}+\vec{GA})+\vec{MG}+\vec{GB}-\vec{MG}-\vec{GC}\|=4$

$\|2\vec{MG}+\underbrace{2\vec{GA}+\vec{GB}-\vec{GC}}_{\vec{0}}\|=4$

$2MG=4$ ومنه $MG=2$

المجموعة $(\mathcal{E})$ هي سطح كرة مركزها G ونصف قطرها $r=2$.

ج) $d(G,(P))=\frac{|-6+1-3+8|}{\sqrt{21}}=0$

$d(G,(P))<r$ ومنه (P) يقطع $(\mathcal{E})$.

$G\in(P)$: ومنه المجموعة $(\mathcal{F})$ هي الدائرة التي مركزها G ونصف قطرها $r=2$.

تمرين 2:

1) $2x - y + 2z - 2 = 0$

$2(\alpha+\beta+1) - (2\alpha - 2\beta) + 2(-2\beta) - 2 = 0$

2) ليكن $\vec{n_1}$ شعاعا ناظميا لـ (P_1): $\vec{n_1}\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}$

ليكن $\vec{n_2}$ شعاعا ناظميا لـ (P_2): $\vec{n_2}\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$

$\vec{n_1}\cdot\vec{n_2} = 0$ و $A \in (P_2)$

ومنه (P_2) يشمل A و عمودي على (P_1).

3) $2t - (4t+2) + 2(t+2) - 2 = 0$

ومنه (D_1) محتوى في (P_1)

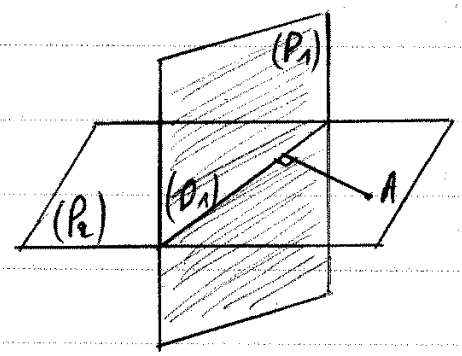
$t - (t+2) + 2 = 0$

ومنه (D_1) محتوى في (P_2)

إذا تقاطع (P_1) و (P_2) هو (D_1).

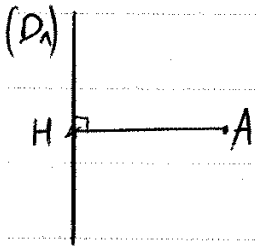
4) طريقة 1:

$d = d(A,(P_1)) = \dfrac{|2+3+6-2|}{\sqrt{4+1+4}} = 3$



d هي البعد بين النقطة A والمستوي (P_1).

طريقة 2:



لتكن H المسقط العمودي لـ A على (D_1).

$H(t; 4t+2; t+2)$

ليكن $\vec{u}$ شعاع توجيه (D_1). $\vec{u}(1,4,1)$

$\vec{AH}\cdot\vec{u} = \begin{pmatrix}t-1\\4t+5\\t-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\4\\1\end{pmatrix} = 18t+18$

$\vec{AH} \perp \vec{u}$ أي $\vec{AH}\cdot\vec{u} = 0$

$18t + 18 = 0$ ومنه $t = -1$

$\vec{AH}\begin{pmatrix}-2\\1\\-2\end{pmatrix}$ في الأخير:

$d = AH = \sqrt{4+1+4} = 3$

5) $M \in (P_2)$: $\vec{AM} = t'\vec{n_2}$ $(t' \in \mathbb{R})$

$$\begin{pmatrix}x-1\\y+3\\z-3\end{pmatrix} = t'\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$$

ومنه التمثيل الوسيطي لـ (D_2):

$$\begin{cases}x = t'+1\\y = -3\\z = -t'+3\end{cases} \quad (t' \in \mathbb{R})$$

6) (D_1) و (P_2) غير متوازيين

$$\begin{cases}t = t'+1\\4t+2 = -3\\t+2 = -t'+3\end{cases}$$

$$\begin{cases}t - t' = 1 & (1)\\4t = -5 & (2)\\t + t' = 1 & (3)\end{cases}$$

من (1) و (3) نجد $t = 1$ و $t' = 0$

ومن (2) $t = \frac{-5}{4}$.

هذه الجملة لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$

ومنه (D_1) و (D_2) ليسا من نفس المستوي

"عبد المطلب"