

الفرض الأول

للفصل الأول

تمرين 1 (9 نقاط) احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 3x - 4}{x^2 - x} \cdot 3$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{3x - 4}{(x-1)^2} \right) \cdot 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x - 4} \cdot 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{-3x^2 - 5x + 2} \cdot 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 18}{x - 3} \cdot 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 4x - 9}{4 - x^2} \cdot 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x \cos x + \pi}{x - \pi} \cdot 9$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x) \cdot 8$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + x - 4}}{x} \cdot 7$$

تمرين 2 (7 نقاط)

f الدالة المعروفة على المجال $\left[-\infty; \frac{1}{2} \right] \cup \left[\frac{1}{2}; +\infty \right]$ ، $f(x) = \frac{4x^2 - 16x + 11}{2x - 1}$. ولتكن (C) تمثيلها البياني.

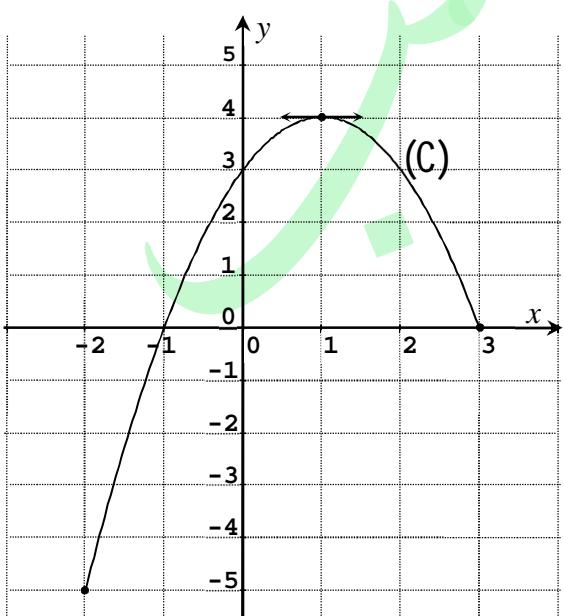
(1) عين الأعداد الحقيقية a و b و c بحيث من أجل كل $x \neq \frac{1}{2}$ فإن $f(x) = ax + b + \frac{c}{2x - 1}$.

(2) احسب النهايات عند حدود مجال مجموعه تعريف الدالة f .

(3) يبين أن (C) يقبل مستقيمين مقاربین مع تعیین معادلهما. ادرس وضعیة (C) بالنسبة للمسقط المقارب المائل (Δ).

(4) g الدالة العددية المعروفة على المجال $\left[-\infty; +\infty \right]$ ، $\begin{cases} g(x) = f(x) & x > 1 \\ g(x) = \sqrt{x^2 + 3} - 3 & x \leq 1 \end{cases}$. يمثل المنحني (C) المقابل بیان الدالة h المعروفة على المجال $[-2; 3]$.

احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1}$. استنتج أن الدالة g غير قابلة للاشتراق عند $x_0 = 1$.



تمرين 3 (4 نقاط) يمثل المنحني (C) المقابل بیان الدالة h المعروفة على المجال $[-2; 3]$.

بقراءة بيانية:

(1) عین كل من $h(1)$ و $h'(1)$.

(2) شکل جدول تغيرات الدالة h .

(3) ادرس إشارة $h(x)$ على المجال $[-2; 3]$.

(4) ما هو عدد وإشارة حلول كل من $h(x) = x$ و $h(x) = -2$ ؟

(5) عین العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل x من المجال $[-2, 3]$ فإن $h(x) = -x^2 + ax + b$.

$$f(x) = x \cos x \text{ تتحقق (9)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{f(x) - f(\pi)}{x - \pi} = f'(\pi)$$

$$f'(\pi) = -1 \quad \text{و} \quad f'(x) = \cos x - x \sin x$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x(\cos x + \pi)}{x - \pi} = -1 \quad : \text{لأن} \quad \cos x \rightarrow 1$$

تمرير

$$f(x) = \frac{(ax+b)(2x-1) + c}{2x-1} \quad (1)$$

$$f(x) = \frac{2ax^2 + (-a+2b)x - b + c}{2x-1}$$

$$\frac{4x^2 - 16x + 11}{2x-1} \quad \text{بالطابق}$$

$$\begin{cases} 2a = 4 \\ -a + 2b = -16 \\ -b + c = 11 \end{cases} \quad \text{نرج:} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -7 \\ c = 4 \end{cases}$$

$$f(x) = 2x - 7 + \frac{4}{2x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2}{2x} \quad (2)$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (2x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 16x + 11}{2x-1} = -\infty \quad \begin{matrix} \nearrow 4 \\ \searrow 0^- \\ -\infty \end{matrix}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{4x^2 - 16x + 11}{2x-1} = +\infty \quad \begin{matrix} \nearrow 4 \\ \searrow 0^+ \\ +\infty \end{matrix}$$

(2015) ١ الفرج ١ الفصل ١ تحيي

تمرير (1)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 + 5x - 4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{x^2} = 2 \quad (2)$$

$$2) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(1 + \frac{3x-4}{(x-1)^2} \right) = 1 + \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3}{x} \right) = 1 \quad (3)$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 3x - 4}{x^2 - x} = -\infty \quad \begin{matrix} \nearrow 2 \\ \searrow 0^- \\ -1 \end{matrix}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 4x - 9}{4 - x^2} = +\infty \quad \begin{matrix} \nearrow -2 \\ \searrow 0^- \\ -1 \end{matrix}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 3x - 18}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+6)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+6) = 9 \quad (3)$$

$$6) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 4x + 4}{-3x^2 - 5x + 2} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)^2}{(x+2)(-3x+1)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{-3x+1} = 0 \quad (3)$$

$$7) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 + x - 4}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2(3 + \frac{1}{x} - \frac{4}{x^2})}}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x \sqrt{3 + \frac{1}{x} - \frac{4}{x^2}}}{x} = -\sqrt{3} \quad (3)$$

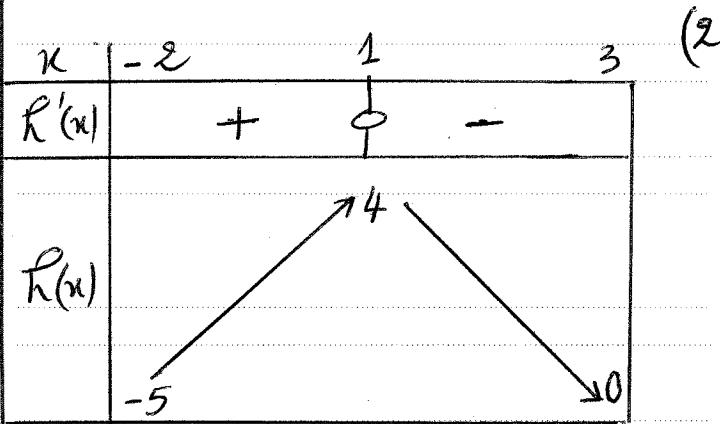
$$8) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2 + 3x} - x)(\sqrt{x^2 + 3x} + x)}{\sqrt{x^2 + 3x} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x(\sqrt{1 + \frac{3}{x}} + 1)} = \frac{3}{2} \quad (3)$$

تمرين 3

$$h'(1) = 0 \quad h(1) = 4 \quad (1)$$



$$x \in [-2; -1] \text{ لـ } h'(x) < 0 \quad (3)$$

$$x \in]-1; 3[\text{ لـ } h'(x) > 0$$

$$x=3 \text{ او } x=-1 \text{ لـ } h'(x)=0$$

$$\text{تقىل حاصل و جيدا سالب} \quad h(x) = -2 \quad (4)$$

$$\text{تقىل حلين، حدا ما} \quad h(x) = x$$

موجب و اخر سالب

$$h(-2) = 0 \quad h(0) = 3 \quad (5)$$

$$\begin{cases} 0 + 0 + b = 3 \\ -1 - a + b = 0 \end{cases}$$

$$(a=2), (b=3) \quad \text{نجد}$$

$$h(x) = -x^2 + 2x + 3$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^-} f(x) = +\infty \quad \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} f(x) = -\infty \quad (3)$$

مستقيم مقارب $x = \frac{1}{2}$ لـ

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x - 1)] = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{4}{2x - 1} = 0$$

مستقيم مقارب مائل ($y = 2x - 1$) لـ

$$\frac{4}{2x - 1} \quad \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ - \quad + \end{matrix}$$

لـ Δ الوظعية، ندرس المسالة

لـ Δ الواقعية

لـ Δ الواقعية

لـ Δ الواقعية

$$g(1) = \sqrt{1^2 + 3} - 3 = -1 \quad (4)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(4x^2 - 16x + 11)}{2x - 1} + 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 14x + 10}{(x-1)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(x-1)(2x-5)}{(x-1)(2x-1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(2x-5)}{2x-1} = \underline{\underline{-6}} \quad \text{قابلة للستقاط}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 3 + 1}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 + 3} - 2)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)}{(x-1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3 - 4}{(x-1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{(x-1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{\sqrt{x^2 + 3} + 2} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}} \quad \text{قابلة للستقاط}$$

غير قابلة للستقاط

$$\left(-6 \neq \frac{1}{2} \right)$$