الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**الفرض الثاني للفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2016/2015م المدة: ساعتان (2سا) إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (11نقطة)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3-3x^2-4$

1) احسب $g'(x)$ وادرس إشارتها، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3,3<\alpha<3,4$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

3) بيّن أنّ المنحني الممثل للدالة g يقبل نقطة انعطاف A يطلب تعيين إحداثيتيها. اكتب معادلة المماس عند A.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $D_f=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-2+\dfrac{3x}{(x-1)^2}$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 1cm)

1) احسب النهايات عند حدود مجالي مجموعة تعريف الدالة f.

2) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل (Δ) واكتب معادلتيهما. ادرس الوضع النسبي لـ $(\mathscr{C})$ و (Δ).

3) بيّن أنّه من أجل كل $x\neq1$، $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^3}$. ادرس إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

4) ليكن (Δ') المماس للمنحني $(\mathscr{C})$ عند نقطة فاصلتها x_0 معادلته $y=x-\dfrac{11}{4}$. احسب x_0.

5) احسب $f(0,5)$ و $f(2)$، ثم ارسم المستقيمين (Δ) و (Δ')، والمنحني $(\mathscr{C})$. اعتبر $f(\alpha)\approx3,2$.

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

تمرين2 (9نقاط)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2+\alpha x-3}{x^2-2x+2}$، حيث α عدد حقيقي.

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ $g'(x)=\dfrac{-(2+\alpha)x^2+10x+2(\alpha-3)}{(x^2-2x+2)^2}$.

2) عيّن العدد الحقيقي α بحيث الدالة g تقبل قيمة حدية صغرى واحدة يطلب تعيينها.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-2x+2}$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 1cm)

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. فسّر النتيجة هندسيا.

2) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقع أسفل المستقيم الذي معادلته $y=1$.

3) عيّن نقاط تقاطع المنحني $(\mathscr{C})$ مع حاملي محوري الإحداثيات.

4) بيّن أنّ $f(2-x)-f(x)=0$، استنتج أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته.

5) ادرس إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f وارسم بيانها $(\mathscr{C})$.

6) استعمل $(\mathscr{C})$ لتعيين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $mx^2-2mx+2m+5=0$ حلين موجبين تماما.

7) ادرس إشارة $f(x)$، ثم اشرح كيفية رسم البيان $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة $|f|$. ارسم $(\mathscr{C}')$.

تصحيح الفرض 2 للفصل 1 : (2015)

تمرين 1:

I 1) $g'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

		0		2	
	+	0	−	0	+

x	$-\infty$		0		2		α		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	−	0		+		
$g(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘	-8	↗	0	↗	$+\infty$

2) g مستمرة و متزايدة تماما على $]3,3 ; 3,4[$ و $g(3,4) \simeq 0,6 > 0$ و $g(3,3) = -0,7 < 0$.

منه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3,3 < \alpha < 3,4$.

إشارة $g(x)$:

		α	
	−	0	+

3) $g''(x) = 6x - 6$

$g''(x) = 0$ لما $x = 1$

		1	
	−	0	+

ومنه نقطة الانعطاف هي $(1 ; -6)$

$y = g'(1)(x-1) + g(1) = -3x - 3$

II 1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \to 1^-} f(x) = +\infty$

2) $\lim_{x \to 1} f(x) = +\infty$ (مستقيم مقارب معادلته $x = 1$)

$\lim_{|x| \to +\infty} [f(x) - (x-2)] = \lim_{|x| \to +\infty} \frac{3x}{(x-1)^2} = 0$

منه $(y = x - 2)$ مستقيم مقارب مائل لـ (C).

الوضعية: ندرس إشارة $f(x) - y = \frac{3x}{(x-1)^2}$

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$3x$		−	0	+		+	
$(x-1)^2$		+		+	0	+	
$f(x) - y$		−	0	+	‖	+	

لما $x \in]-\infty ; 0[$ (C) تحت (Δ)

لما $x \in]0,1[\cup]1 ; +\infty[$ (C) فوق (Δ)

لما $x = 0$ (C) يقطع (Δ) عند $(0 ; -2)$

3) $f'(x) = 1 - \frac{3x+3}{(x-1)^3}$

$f'(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 4}{(x-1)^3} = \frac{g(x)}{(x-1)^3}$

إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		1		α		$+\infty$
$g(x)$		−		−	0	+	
$(x-1)^3$		−	0	+		+	
$f'(x)$		+	‖	−	0	+	

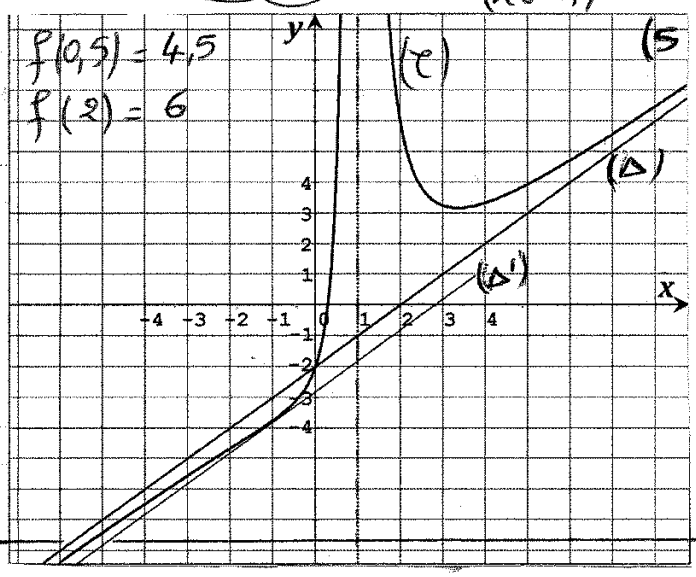
x	$-\infty$		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		+	‖	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

4) $f'(x_0) = 1$ أي $1 - \frac{3x_0+3}{(x_0-1)^3} = 1$

$\frac{3x_0+3}{(x_0-1)^3} = 0$ لما $x_0 = -1$

5) $f(0,5) = 4,5$

$f(2) = 6$



6) $m < \frac{-11}{4}$: لا يوجد حلول

$m = \frac{-11}{4}$: حل مضاعف سالب

$\frac{-11}{4} < m < -2$: حلان سالبان تماما

$m = -2$: حل معدوم

$m > -2$: حلان موجبان تماما.

تمرين 2 :

I 1)

$$g'(x) = \frac{(2x+\alpha)(x^2-2x+2)-(2x-2)(x^2+\alpha x-3)}{(x^2-2x+2)^2}$$

$$g'(x) = \frac{(-2-\alpha)x^2+10x+2\alpha-6}{(x^2-2x+2)^2}$$

2) يجب أن يكون بسط $g'(x)$ من الدرجة الأولى أي $\alpha = -2$. $g'(x) = 0$ لما $x = 1$ ومنه القيمة الحدية هي -4.

II 1) $\lim_{|x|\to+\infty} f(x) = \lim_{|x|\to+\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$

(مستقيم مقارب معادلته $y=1$)

2) $f(x) - y = \frac{-5}{x^2-2x+2}$

$(x^2-2x+2) > 0$ لأن $\Delta < 0$ (من إشارة a)

ومنه $f(x)-y < 0$ ((C) تحت المستقيم $y=1$)

3) تقاطع (C) مع yy' : $(0, -\frac{3}{2})$

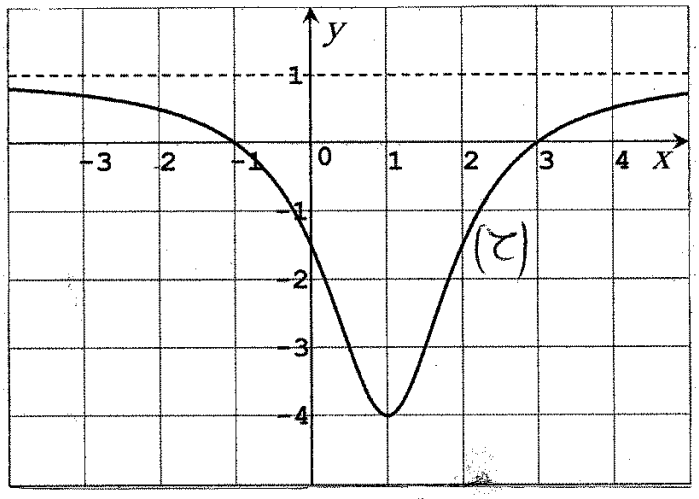
تقاطع (C) مع xx' : $(-1;0)$ و $(3;0)$

4) $f(2-x) = \frac{(2-x)^2-2(2-x)-3}{(2-x)^2-2(2-x)+2} = \frac{x^2-2x-3}{x^2-2x+2} = f(x)$

ومنه $x=1$ محور تناظر لـ (C) . $(f(2\alpha-x)=f(x))$

5) $\xrightarrow{-\ 1\ +} f'(x) = \frac{10x-10}{(x^2-2x+2)^2}$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1



6) $m = \frac{-5}{x^2-2x+2}$

$m+1 = 1 + \frac{-5}{x^2-2x+2}$

$f(x) = m+1$ حلين موجبين تماما

لما $-4 < m+1 < \frac{-3}{2}$ ومنه $-5 < m < -\frac{5}{2}$

7) إشارة $f(x)$:

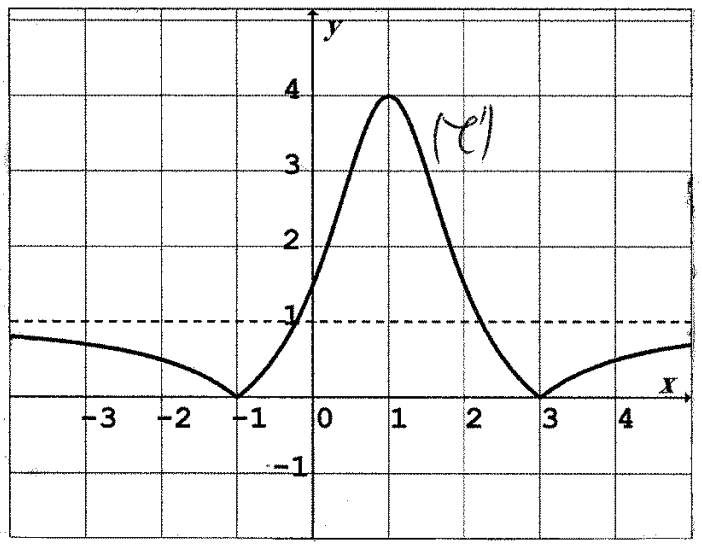
-1 $+$ 3 $-$ $+$

$x \in]-\infty,-1[\cup]3,+\infty[$: لما $|f(x)| = f(x)$

$x \in]-1;3[$: لما $|f(x)| = -f(x)$

$x = -1$: لما $|f(x)| = 0$ أو $x = 3$

ومنه (C') يطابق (C) لما $x \in]-\infty,-1[\cup]3,+\infty[$ و (C') يناظر (C) بالنسبة لمحور الفواصل لما $x \in]-1;3[$.



"عبد المطلب"