الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**الفرض الأول للفصل الثاني**	الموسم الدراسي: 2016/2015م المدة: ساعتان (2سا) إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (6نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط: $A(1;0;1)$ ، $B(3;1;2)$ ، $C(2;-3;2)$ و $D\left(4;\frac{7}{2};-\frac{5}{2}\right)$.

1) تحقّق أنّ النقط A ، B و C ليست في استقامية.

2) بيّن أنّ المثلث ABC قائم في A ثم احسب مساحته.

3) بيّن أنّ الشعاع $\vec{n}(4;-1;-7)$ ناظمي للمستوي (ABC). استنتج المعادلة الديكارتية للمستوي (ABC).

4) بيّن أنّ معادلة المستوي $(\mathcal{P})$ الذي يشمل النقطة D ويوازي المستوي (ABC) هي $4x-y-7z-30=0$.

5) أ) عيّن إحداثيات النقطة G مرجح الجملة: $\{(A,1);(B,1);(C,-1)\}$.

ب) بيّن أنّ النقطة D هي المسقط العمودي للنقطة G على المستوي $(\mathcal{P})$.

ج) احسب بطريقتين مختلفتين بعد النقطة G عن المستوي $(\mathcal{P})$.

د) احسب حجم رباعي الوجوه ABCD.

6) أ) عيّن المجموعة $(\mathcal{E})$ للنقط M من الفضاء بحيث $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}\right\|$.

ب) ادرس الوضع النسبي بين المستوي $(\mathcal{P})$ والمجموعة $(\mathcal{E})$.

تمرين2 (5نقاط)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.

نعتبر النقطة $A(5;5;6)$ ، المستوي $(\mathcal{P})$ الذي معادلته الديكارتية $x+y+z+2=0$ والمستقيمين $(\mathcal{D}_1)$ و $(\mathcal{D}_2)$

المعرّفين بتمثيليهما الوسيطيين: $(\mathcal{D}_1):\begin{cases}x=1+2\alpha\\y=3+\alpha\\z=3\alpha\end{cases}$ و $(\mathcal{D}_2):\begin{cases}x=\beta\\y=1+\beta\\z=-3+2\beta\end{cases}$ (α و β عددان حقيقيان)

عيّن في كل حالة مما يلي الاقتراح الصحيح مع التعليل:

	a	*b*	*c*
1	النقطة A تنتمي إلى المستقيم $(\mathcal{D}_1)$	النقطة A تنتمي إلى المستقيم $(\mathcal{D}_2)$	النقطة A تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$
2	$\vec{u}(1;3;0)$ شعاع توجيه $(\mathcal{D}_1)$	$\vec{v}(2;2;4)$ شعاع توجيه $(\mathcal{D}_2)$	$\vec{w}(1;1;-1)$ شعاع ناظمي لـ $(\mathcal{P})$
3	المستقيمان $(\mathcal{D}_1)$ و $(\mathcal{D}_2)$ متوازيان	المستقيمان $(\mathcal{D}_1)$ و $(\mathcal{D}_2)$ متقاطعان	المستقيمان $(\mathcal{D}_1)$ و $(\mathcal{D}_2)$ ليسا من نفس المستوي
4	المستقيم $(\mathcal{D}_1)$ يوازي المستوي $(\mathcal{P})$	$(\mathcal{D}_1)$ محتوى في المستوي $(\mathcal{P})$	المستقيم $(\mathcal{D}_1)$ يقطع المستوي $(\mathcal{P})$
5	معادلة المستوي المعيّن بالمستقيمين $(\mathcal{D}_1)$ و $(\mathcal{D}_2)$: $2x-y-z=-1$	معادلة المستوي المعيّن بالمستقيمين $(\mathcal{D}_1)$ و $(\mathcal{D}_2)$: $3x-y-z=2$	معادلة المستوي المعيّن بالمستقيمين $(\mathcal{D}_1)$ و $(\mathcal{D}_2)$: $x+y-z=4$

تمرين3 (9نقاط)

I- لتكن g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0\,;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\dfrac{x-1}{2x+1}+\ln x$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) احسب $g'(x)$ ، ادرس إشارتها ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g.

3) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0\,;+\infty[$.

II- لتكن f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0\,;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=-2x-1+(x^2+x)\ln x$.

وليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّه من أجل كل $x>0$ فإنّ $f'(x)=(2x+1)\times g(x)$. استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2{,}1<\alpha<2{,}2$.

4) احسب $f(2{,}5)$ ، ثم ارسم المنحني $(\mathscr{C})$. (وحدة الطول 2cm)

5) ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم $(\mathscr{D})$ ذي المعادلة $y=-2x-1$ مع تحديد نقطة تقاطعهما.

6) استعمل المنحني $(\mathscr{C})$ لتعيين قيم الوسيط الحقيقي m $(m>0)$ بحيث تقبل المعادلة $f(x)=\ln m$ حلين متمايزين.

7) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ كما يلي: $h(x)=2x-1-(x^2+x)\ln x$.

أثبت أنّ $h(x)=-2-f(x)$. استنتج أنّ المنحني $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة h والمنحني $(\mathscr{C})$ متناظران بالنسبة لمستقيم يطلب كتابة معادلته. أنشئ المنحني $(\mathscr{C}')$ في المعلم السابق.

تصحيح الفرض 1 للفصل 2 : (2016)

تمرين 1 :

1) $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\1\\1\end{pmatrix}$ و $\vec{AC}\begin{pmatrix}1\\-3\\1\end{pmatrix}$

$\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ غير مرتبطين خطيا $\left(\frac{1}{2}\neq\frac{1}{1}\right)$

ومنه A، B و C ليست في استقامية

2) $\vec{AB}.\vec{AC} = 2-3+1=0$

ومنه ABC قائم في A.

$AB=\sqrt{6}$ و $AC=\sqrt{11}$ و $S=\frac{AB\times AC}{2}$

$S=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{11}}{2}=\frac{\sqrt{66}}{2}$ u.a

3) $\vec{n}.\vec{AB}=0$ و $\vec{n}.\vec{AC}=0$

ومنه $\vec{n}$ ناظمي لـ (ABC)

$4x-y-7z+d=0$

بتعويض إحداثيات A في المعادلة نجد $d=3$ ومنه معادلة (ABC):

$4x-y-7z+3=0$

4) ليكن $\vec{n'}$ الشعاع الناظمي لـ (P):

$\vec{n}=\vec{n'}$ و $D\in(P)$ $(4x_D-y_D-7z_D-30=0)$

5) أ) $G\left(\frac{x_A+x_B-x_C}{1};\frac{y_A+y_B-y_C}{1};\frac{z_A+z_B-z_C}{1}\right)$

ومنه $G(2;4;1)$

ب) $D\in(P)$ و $\vec{GD}\begin{pmatrix}\frac{2}{2}\\-\frac{1}{2}\\-\frac{2}{2}\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\vec{n}$ (مرتبطان خطيا)

ومنه D هي المسقط العمودي لـ G على (P)

ج) $GD=\frac{\sqrt{66}}{2}$ أو $d(G,(P))=\frac{33}{\sqrt{66}}=\frac{\sqrt{66}}{2}$

د) $V=\frac{1}{3}\times S\times GD=\frac{1}{3}\times\left(\frac{\sqrt{66}}{2}\right)^2=\frac{11}{2}$ u.v

6) $\|\vec{MG}+\vec{GA}+\vec{MG}+\vec{GB}-\vec{MG}-\vec{GC}\|=\|\vec{CM}+\vec{MB}\|$

$\|\vec{MG}+\underbrace{\vec{GA}+\vec{GB}-\vec{GC}}_{\vec{0}}\|=\|\vec{CM}+\vec{MB}\|$

$MG=CB$

أ) سطح كرة مركزها G ونصف قطرها $r=CB=\sqrt{17}$

ب) $r>d(G,(P))$ $(\sqrt{17}>\sqrt{16,5})$ ومنه (P) يقطع (S)

تمرين 2 :

1) النقطة A تنتمي إلى (D_1).

$\begin{cases}5=1+2\alpha\\5=3+\alpha\\6=3\alpha\end{cases}$ نجد $\begin{cases}\alpha=2\\\alpha=2\\\alpha=2\end{cases}$

2) شعاع توجيه (D_2) هو $\vec{u_2}\begin{pmatrix}1\\1\\2\end{pmatrix}$.

$\vec{v}=2\vec{u_2}$ (مرتبطان خطيا). $\vec{v}$ كذلك شعاع توجيه (D_2)

3) شعاع توجيه (D_1) هو $\vec{u_1}\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}$.

$\vec{u_1}$ و $\vec{u_2}$ غير مرتبطين خطيا $\left(\frac{2}{1}\neq\frac{1}{1}\right)$

ومنه (D_1) و (D_2) غير متوازيان.

إما متقاطعان أو ليسا من نفس المستوي

$\begin{cases}1+2\alpha=\beta & (1)\\3+\alpha=1+\beta & (2)\\3\alpha=-3+2\beta & (3)\end{cases}$ عند حل (1) و (2) نجد: $\alpha=1$ و $\beta=3$

تحققان (3) ومنه:

(D_1) و (D_2) يتقاطعان في $(3,4,3)$

4) ليكن $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$ شعاعا ناظميا لـ (P).

$\vec{u_1}.\vec{n}\neq0$ ومنه (D_1) لا يوازي (P).

$(1+2\alpha)+(3+\alpha)+3\alpha+2=0$ نجد $\alpha=-1$

منه: (D_1) يقطع (P) في $(-1,2,-3)$

5) المستوي الذي معادلته $x+y-z=4$

هو الذي يشمل المستقيمين (D_1) و (D_2).

$(1+2\alpha)+(3+\alpha)-3\alpha=4$ (محققة)

$\beta+(1+\beta)-(-3+2\beta)=4$ (محققة)

تمرين 3:

I-1)

$\lim_{x\to 0^+} g(x) = -\infty$ لأن: $\begin{cases} \lim_{x\to 0^+} \frac{x-1}{2x+1} = -1 \\ \lim_{x\to 0^+} \ln x = -\infty \end{cases}$

$\lim_{x\to +\infty} g(x) = +\infty$ لأن: $\begin{cases} \lim_{x\to +\infty} \frac{x-1}{2x+1} = \frac{1}{2} \\ \lim_{x\to +\infty} \ln x = +\infty \end{cases}$

2) من أجل كل $x>0$:

$$g'(x) = \left[\frac{3}{(2x+1)^2} + \frac{1}{x}\right] > 0$$

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$	‖				
$g(x)$	‖ $-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

3) $g(1)=0$. إشارة $g(x)$: 0 ‖ $-$ 1 $+$

II-1)

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} (-2x-1+x^2\ln x + x\ln x) = -1$

لأن: $\lim_{x\to 0^+} x\ln x = 0$ و $\lim_{x\to 0^+} x^2\ln x = 0$

$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} x\left[-2-\frac{1}{x}+x\ln x+\ln x\right] = +\infty$

2) $f'(x) = -2+(2x+1)\ln x + \frac{1}{x}(x^2+x)$

$f'(x) = (x-1)+(2x+1)\ln x =$

$(2x+1)\left(\frac{x-1}{2x+1}+\ln x\right) = (2x+1)\times g(x)$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ لأن $(2x+1)>0$

$f'(x)>0 : x>1$ منه f متزايدة تماما.

$f'(x)<0 : 0<x<1$ منه f متناقصة تماما.

$f'(x)=0 : x=1$.

x	0		1		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$			
$f(x)$	‖ -1	↘	-3	↗	0	↗	$+\infty$

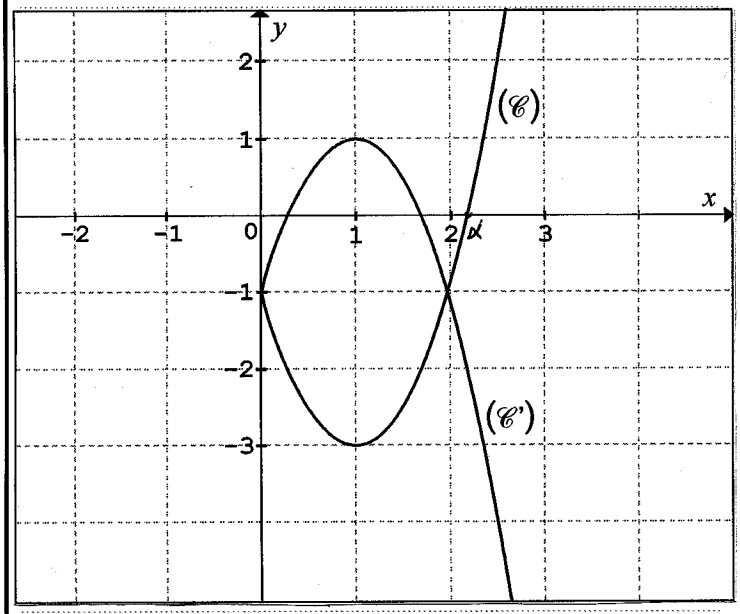
3) f مستمرة ومتزايدة تماما على $]2,1;2,2[$

$f(2,1)\simeq -0,37<0$ و $f(2,2)\simeq 0,15>0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن

$f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $2,1<\alpha<2,2$

4) $f(2,5)\simeq 2$



5) ندرس إشارة $(f(x)-y)$:

$f(x)-y = (x^2+x)\ln x = x(x+1)\ln x$

إشارة $(f(x)-y)$ من إشارة $\ln x$.

$(f(x)-y)>0 : x>1$ منه $(\mathcal{C})$ فوق (D).

$(f(x)-y)<0 : 0<x<1$ منه $(\mathcal{C})$ تحت (D).

$(\mathcal{C})$ يقطع (D) عند $(1;-3)$.

6) حلول المعادلة $f(x)=\ln m$ هي فواصل نقط تقاطع $(\mathcal{C})$ مع المستقيمات $y=\ln m$

حلين متمايزين: $-3<\ln m<-1$

ومنه $e^{-3}<m<e^{-1}$

7) $-2-f(x) = -2+2x+1-(x^2+x)\ln x$

$= 2x-1-(x^2+x)\ln x = h(x)$

$h(x)+f(x)=-2$ ومنه $\frac{h(x)+f(x)}{2}=-1$

$(\mathcal{C})$ و $(\mathcal{C}')$ متناظران بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $y=-1$.

"عبد المطلب"