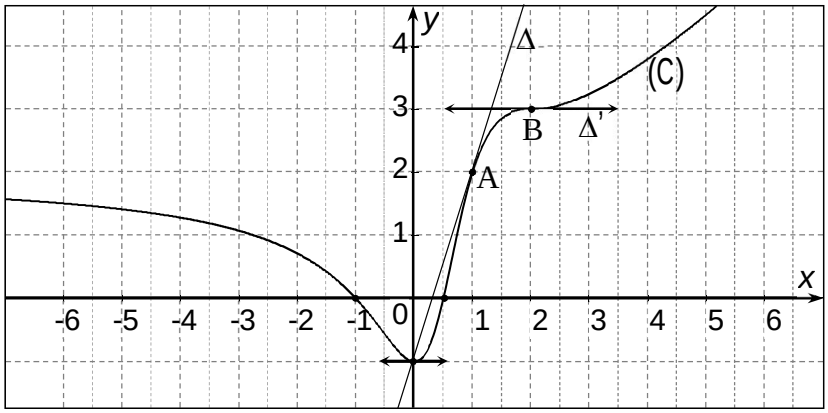
المؤسسة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) **المستوى:** ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" **المادة:** رياضيات	**الفرض الثاني** **للفصل الأول**	**الموسم الدراسي:** 2016/2017م **المدة:** ساعتان (2سا) **إعداد:** عبد المطلب

تمرين1 (6نقاط)



في الشكل المرفق: المنحني (C) الذي يمثل بيان الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ، Δ هو المماس للمنحني (C) عند النقطة A ذات الفاصلة 1.

1) عيّن قيمة $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(1)$ و $f'(1)$.

2) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة للمماس Δ عندما ينتمي العدد x إلى المجال $[-1;2]$.

3) اكتب معادلة لكل من Δ و Δ'. ماذا تمثل B؟

4) حل على المجال $[-1;2]$ المتراجحتين $f(x)\leq 0$ و $f'(x)\leq 0$.

5) g الدالة المعرفة على المجال $[-1;2]$ بـ: $g(x)=[f(x)]^2$. ادرس إشارة $g'(x)$ على المجال $[-1;2]$.

6) لتكن h الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=f(|x|)$.

بيّن أنّ الدالة h زوجية، ثم استعمل المنحني (C) لرسم المنحني (C') الممثل للدالة h.

تمرين2 (6نقاط)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=2x^3+3x-1$

1) احسب $g'(x)$ وادرس إشارتها، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة g .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,3<\alpha<0,4$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- نعتبر الدالة العددية h المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\dfrac{2x^2+x-1}{x^2-x+1}$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $h(x)+2x=\dfrac{g(x)}{x^2-x+1}$.

2) استنتج الوضع النسبي للمنحني $(\mathscr{C})$ والمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=-2x$ ، محددا نقطة تقاطعهما.

III- f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{2x^2+x-1}{x^2-x+1} & x\leq 2 \\ f(x)=x+\alpha+\dfrac{9}{x+1} & x>2 \end{cases}$$
حيث α عدد حقيقي.

1) عيّن قيمة العدد α حتى تكون الدالة f مستمرة عند النقطة ذات الفاصلة $x_0=2$.

2) نفرض أنّ $\alpha=-2$. احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$. استنتج أنّ f قابلة للاشتقاق عند 2.

تمرين3 (8نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\left\{\frac{1}{2}\right\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x^2+3x}{2x-1}$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عيّن الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x\neq\frac{1}{2}$: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{2x-1}$.

2) احسب النهايات عند حدود مجالي مجموعة تعريف الدالة f .

3) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما مائل، يطلب كتابة معادلتهما.

4) احسب $f'(x)$ وادرس إشارتها، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

5) أثبت أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل كمركز تناظر نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين.

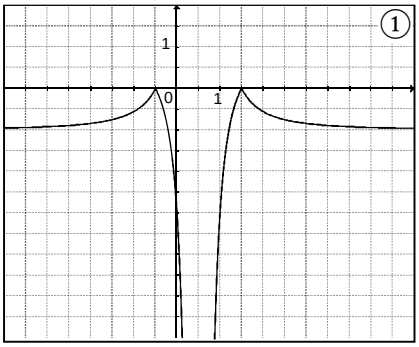
6) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

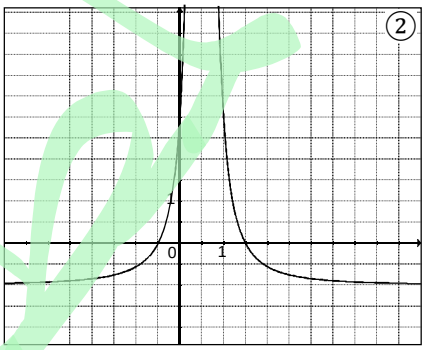
- اكتب معادلة المماس (Δ') للمنحني $(\mathscr{C})$ والذي يوازي المماس (Δ).

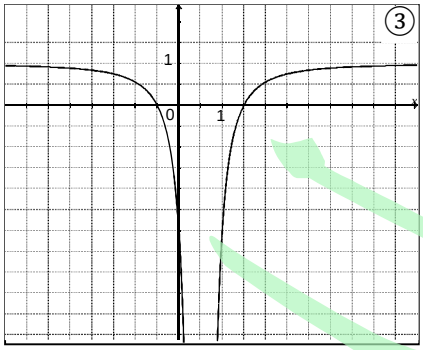
7) ارسم المماسين (Δ) و (Δ')، المستقيمين المقاربين والمنحني $(\mathscr{C})$.

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

9) من بين المنحنيات ① ، ② و ③ المبيّنة أسفله، عيّن المنحني الممثل للدالة f' . علّل.







تصحيح الفرض 2 للفصل 1 : (2016م)

تمرين 1 :

1) $f(0)=-1$ ؛ $f'(0)=0$ ؛ $f(1)=2$

$f'(1)=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{-1-2}{0-1}=3$ (ميل المماس)

2) (C) فوق Δ لما $x\in[-1;0[$

(C) تحت Δ لما $x\in]0;1[\cup]1;2]$

(C) يقطع Δ عند $(0;-1)$ ويمس Δ عند $(1;2)$

3) $(\Delta)\ y_1=f'(1)(x-1)+f(1)=3x-1$

$(\Delta')\ y_2=3$

B تمثل نقطة انعطاف (Δ' يخترق (C))

4) $f(x)\leq 0$ لما $-1\leq x\leq \frac{1}{2}$

$f'(x)\leq 0$ لما $-1\leq x\leq 0$

(كذلك لما $f'(x)=0$: $x=2$)

5) $g'(x)=2.f'(x).f(x)$

إشارة $g'(x)$ ملخصة في الجدول التالي

x	-1		0		$0,5$		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

6) $h(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=h(x)$

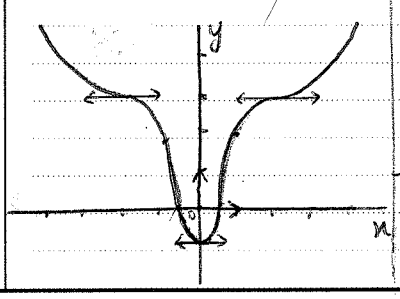
ومنه h زوجية

لما $x>0$ $h(x)=f(x)$

(C) يطابق (C').

لما $x<0$ بما أن h زوجية، نناظر الجزء المطابق بالنسبة لمحور التراتيب.

رسم المنحني (C')



تمرين 2 :

"عبد المطلب"

I 1) $g'(x)=(6x^2+3)>0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

2) g مستمرة ومتزايدة تماما على $]0,3;0,4[$ ، $f(0,3)=-0,05<0$ و $f(0,4)=0,33>0$

حسب مبرهنة القيم المتوسطة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,3<\alpha<0,4$.

إشارة $g(x)$:

		α	
	$-$	0	$+$

II 1) $h(x)+2x=\frac{2x^3+3x-1}{x^2-x+1}=\frac{g(x)}{x^2-x+1}$

2) ندرس إشارة $h(x)-y=\frac{g(x)}{x^2-x+1}$

إشارتها من إشارة $g(x)$ لأن $(x^2-x+1)>0$

$x<\alpha$ (C) تحت (Δ) ولما $x>\alpha$ (C) فوق (Δ)

(C) يقطع (Δ) عند $(\alpha;2\alpha)$.

III 1) حتى تكون f مستمرة يجب :

$\lim_{x\overset{<}{\to}2} f(x)=\lim_{x\overset{>}{\to}2} f(x)=f(2)=3$

$\lim_{x\overset{>}{\to}2} f(x)=(2+\alpha+\frac{9}{3})=3$ ومنه $\alpha=-2$

2) $\lim_{x\overset{<}{\to}2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\overset{<}{\to}2}\frac{\frac{2x^2+x-1}{x^2-x+1}-3}{x-2}$

$=\lim_{x\overset{<}{\to}2}\frac{-(x-2)^2}{(x-2)(x^2-x+1)}=\lim_{x\overset{<}{\to}2}\frac{-(x-2)}{x^2-x+1}=0$

$\lim_{x\overset{>}{\to}2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=\lim_{x\overset{>}{\to}2}\frac{x-2+\frac{9}{x+1}-3}{x-2}$

$=\lim_{x\overset{>}{\to}2}\frac{(x-2)^2}{(x-2)(x+1)}=\lim_{x\overset{>}{\to}2}\frac{x-2}{x+1}=0$

$f'_g(2)=f'_d(2)$ ومنه f قابلة للاشتقاق عند 2

تمرين 3: "عبد المطلب"

1) $f(x) = \dfrac{(ax+b)(2x-1)+c}{2x-1}$

$f(x) = \dfrac{2ax^2+(2b-a)x-b+c}{2x-1}$

بالمطابقة نجد: $a=1$ ، $b=2$ و $c=2$

$f(x) = x+2+\dfrac{2}{2x-1}$

2) باختصار:

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ $\quad$ $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \overset{<}{\to} \frac{1}{2}} f(x) = -\infty$ $\quad$ $\lim_{x \overset{>}{\to} \frac{1}{2}} f(x) = +\infty$

3) $\lim_{x\to\frac{1}{2}} f(x) = \infty$ (مستقيم مقارب $x=\frac{1}{2}$)

$\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-(x+2)\right] = \lim_{|x|\to+\infty}\dfrac{2}{2x-1} = 0$

منه $y=x+2$ مستقيم مقارب مائل لـ (C)

4) $f'(x) = \dfrac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-1)^2}$

x	$-\infty$		$-1/2$		$1/2$		$3/2$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$1/2$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$9/2$	↗	$+\infty$

5) $(1/2, 5/2)$ مركز تناظر لـ (C):

$f\left(2\left(\frac{1}{2}\right)-x\right)+f(x) = 2\left(\frac{5}{2}\right)$ $\quad$ $x\in D_f$ ، $(1-x)\in D_f$

$f(1-x)+f(x) = 5$

$\dfrac{2(1-x)^2+3(1-x)}{2(1-x)-1} + \dfrac{2x^2+3x}{2x-1} =$

$\dfrac{2x^2-7x+5}{-2x+1} + \dfrac{2x^2+3x}{2x-1} =$

$\dfrac{-2x^2+7x-5+2x^2+3x}{2x-1} = \dfrac{10x-5}{2x-1} = 5$

6) $y_1 = f'(0)(x-0)+f(0)$

(Δ) ..... $y_1 = -3x$

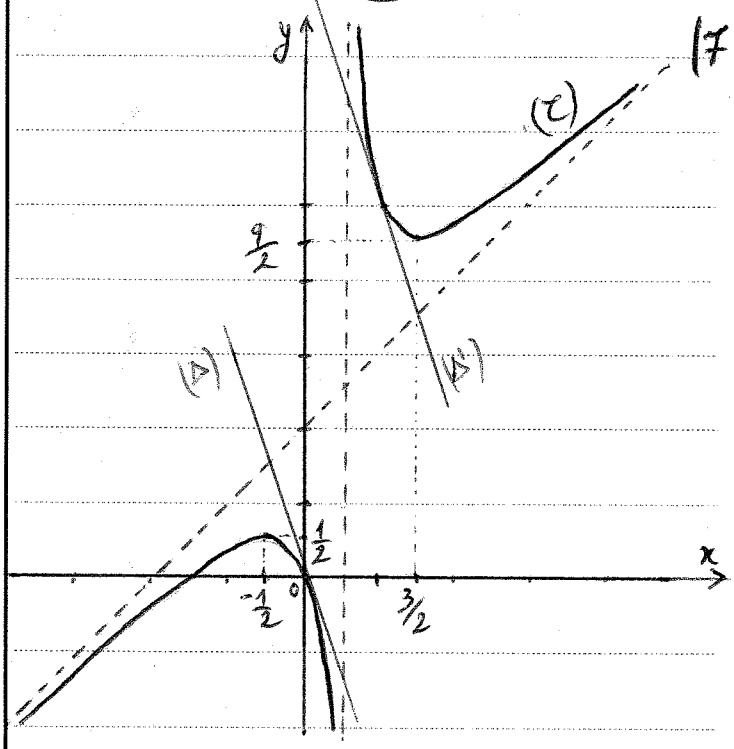
$f'(x_0) = -3$ ، $\dfrac{4x_0^2-4x_0-3}{(2x_0-1)^2} = -3$

$16x_0(x_0-1)=0$ و منه $x_0=1$

$y_2 = -3(x-1)+f(1)$

(Δ') ..... $y_2 = -3x+8$

7)



8) $m<0$: حل وحيد موجب

$m=0$: حل مضروم

$0<m<2$: حل وحيد سالب

$m=2$: لا يوجد حلول

$m>2$: حل وحيد موجب

9) المنحني ③ هو المناسب

لأن $f'(x)>0$ $x<-\frac{1}{2}$ .....

"عبد المطلب"