الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**الفرض الأول للفصل الثاني**	الموسم الدراسي: 2017/2016 المدة: ساعتان (2سا) إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (6نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط: $A(-3;2;6)$ ، $B(-1;3;0)$ ، $C(-2;1;3)$ ، والمستوي $(\mathcal{P})$ ذي المعادلة الديكارتية $-x+y+3z-12=0$.

1) اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي $(\mathbb{Q})$ الذي يشمل النقطة A والشعاع $\vec{n}(-1;2;-1)$ ناظمي له.

2) أ) بيّن أنّ المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathbb{Q})$ متعامدان.

ب) تحقّق أنّ تقاطع المستويين $(\mathcal{P})$ و $(\mathbb{Q})$ هو المستقيم $(\mathcal{D})$ المعرّف بـ: $\begin{cases} x=7t-2 \\ y=4t+1 \\ z=t+3 \end{cases}$ (t عدد حقيقي)

3) أ) بيّن أنّ المسقط العمودي للنقطة A على المستوي $(\mathcal{P})$ هي النقطة C.

ب) احسب بطريقتين مختلفتين بعد النقطة A عن المستوي $(\mathcal{P})$.

4) أ) عيّن إحداثيات النقطة G مرجح الجملة: $\{(A,-1);(B,-1);(C,3)\}$.

ب) عيّن العددين الحقيقيين a و b حتى يكون الشعاع $\vec{w}(a;b;1)$ ناظمي للمستوي (ABG).

ج) اكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (ABG)، ثم تأكد أنّ $(\mathcal{D})$ غير منطبق على (ABG).

5) استنتج مما سبق مجموعة حلول الجملة التالية: $\begin{cases} -x+y+3z-12=0 \\ -x+2y-z-1=0 \\ 3x+z+3=0 \end{cases}$

تمرين2 (6نقاط)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقط $A(2;0;-1)$ ، $B(0;3;2)$ ، $C(0;-4;3)$ ، المستوي $(\mathcal{P})$، معادلته الديكارتية $x+2y-2z+5=0$ ، والمستقيم $(\mathcal{D})$ ذي التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=0 \\ y=4\alpha \\ z=-3\alpha \end{cases}$ $\alpha\in\mathbb{R}$

عيّن في كل حالة مما يلي اقتراحا واحدا صحيحا مع التعليل:

	a	b	c
1	النقطة C تنتمي إلى المستوي $(\mathcal{P})$	النقطة C تنتمي إلى المستقيم $(\mathcal{D})$	النقطة C تنتمي إلى المستقيم (AB)
2	المسافة بين النقطة B و $(\mathcal{P})$: $\frac{7}{3}$	المسافة بين النقطة B و $(\mathcal{P})$: $\frac{5}{3}$	المسافة بين النقطة B و $(\mathcal{P})$: $\frac{2}{3}$
3	المستقيم (AC) يوازي $(\mathcal{P})$	المستقيم (AC) محتوى في $(\mathcal{P})$	المستقيم (AC) يعامد $(\mathcal{P})$
4	$(\mathcal{P})$ هو محور القطعة [AB]	$(\mathcal{P})$ هو محور القطعة [AC]	$(\mathcal{P})$ هو محور القطعة [BC]
5	التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB): $t\in\mathbb{R}$ $(-2t+2;3t-2;3t+1)$	التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB): $t\in\mathbb{R}$ $(2t+2;-3t;-3t-1)$	التمثيل الوسيطي للمستقيم (AB): $t\in\mathbb{R}$ $(-2t;3t-3;3t+2)$
6	المستقيمان (AB) و $(\mathcal{D})$ متوازيان	المستقيمان (AB) و $(\mathcal{D})$ متقاطعان	(AB) و $(\mathcal{D})$ ليسا من نفس المستوي

تمرين3 (8نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{x}{x+1}+\ln(x+1)$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتّجاه تغير الدالة g على المجال $]-1;+\infty[$.

3) احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

II- نعتبر الدالة f المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=1+x\ln(x+1)$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أثبت أنّه من أجل كل $x>-1$ فإنّ: $f'(x)=g(x)$. استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ب) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

2) أ) برهن على وجود مماسين (Δ) و (Δ') لـ $(\mathscr{C})$ يشملان النقطة $A\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. لا يطلب كتابة معادلتيهما.

ب) احسب $f(1)$ و $f\left(-\dfrac{1}{2}\right)$ ثم ارسم المماسين (Δ) و (Δ') والمنحني $(\mathscr{C})$.

3) h الدالة العددية المعرّفة على $]-1;6]$ بـ: $\begin{cases} h(x)=f(x) & -1<x\le 0 \\ h(x)=g(x)+1 & 0<x\le 6 \end{cases}$

أ) بيّن أنّ الدالة h مستمرة وأنّها غير قابلة للاشتقاق عند $x_0=0$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة h على المجال $]-1;6]$.

جـ) ارسم المنحني $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة h ونصفي المماسين لـ $(\mathscr{C}')$ عند $x_0=0$ في معلم آخر.

تصحيح الفرض 1 للفصل 2: (2017)

تمرين 1:

1) $-x+2y-z+d=0$

بتعويض A: نجد $d=-1$

ومنه: $(Q): -x+2y-z-1=0$

2) أ) ليكن $\vec{v}(-1,1,3)$ شعاع ناظمي لـ (P).

(P) يعامد (Q): $\vec{n}\cdot\vec{v}=0$

$(-1)(-1)+2(1)-1(3)=0$

ب) $(D)\in(P)$ و $(D)\in(Q)$

$-(7t-2)+(4t+1)+3(t+3)-12=0$

$-(7t-2)+2(4t+1)-(t+3)-1=0$

3) أ) ليكن $\vec{v}(-1,1,3)$ شعاع ناظمي لـ (P).

لدينا $\vec{AC}=-\vec{v}$ لأن $\vec{AC}(1;-1;-3)$

ولدينا $C\in(P)$: $2+1+9-12=0$

ومنه C هي المسقط العمودي لـ A على (P).

ب) $d(A;(P))=\frac{|3+2+18-12|}{\sqrt{1+1+9}}=\frac{11}{\sqrt{11}}=\sqrt{11}$

$d(A;(P))=AC=\sqrt{1^2+1^2+3^2}=\sqrt{11}$

4) أ) $G(-2;-2;3)$

ب) $\vec{AB}\begin{pmatrix}2\\1\\-6\end{pmatrix}$ $\vec{AG}\begin{pmatrix}1\\-4\\-3\end{pmatrix}$ $\vec{w}\begin{pmatrix}a\\b\\1\end{pmatrix}$

$\vec{AB}\cdot\vec{w}=0$ و $\vec{AG}\cdot\vec{w}=0$

$\begin{cases}\vec{AB}\cdot\vec{w}=2a+b-6=0\\ \vec{AG}\cdot\vec{w}=a-4b-3=0\end{cases}$

عند حل هذه الجملة نجد: $b=0$ و $a=3$

ج) $3x+0y+z+d=0$

$A\in(ABG)$: $3(-3)+6+d=0$ ومنه $d=3$

$(ABG): 3x+z+3=0$

5) تقاطع (P) و (Q) هي (D) و $C\in(D)$.

المستوي (ABG) هو (ABC) ومنه للجملة حل وحيد وهي النقطة C.

4) جـ) (D) لا ينطبق على (ABG): $3(7t-2)+t+3+3=0$

نجد $t=0$.

تمرين 2:

1) ب: النقطة C تنتمي إلى (D).

$\begin{cases}0=0\\ -4=4\alpha\\ 3=-3\alpha\end{cases}$ $\begin{cases}0=0\\ \alpha=-1\\ \alpha=-1\end{cases}$ (محققة)

2) أ: $d(B;(P))=\frac{|0+6-4+5|}{\sqrt{1+4+4}}=\frac{7}{3}$

3) ج: $\vec{AC}\begin{pmatrix}-2\\-4\\4\end{pmatrix}$ و $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}$ ناظمي لـ (P)

لدينا: $\vec{AC}=-2\vec{n}$ ومنه (AC) يعامد (P)

4) ب: لتكن I منتصف [AC]: $I(1;-2,1)$

$I\in(P)$ و (AC) يعامد (P)

ومنه (P) محور القطعة [AC].

5) ب: $A\in(AB)$ و $B\in(AB)$.

$\begin{cases}2=2t+2\\ 0=-3t\\ -1=-3t-1\end{cases}$ نجد $\begin{cases}t=0\\ t=0\\ t=0\end{cases}$ محققة

$\begin{cases}0=2t+2\\ 3=-3t\\ 2=-3t-1\end{cases}$ نجد $\begin{cases}t=-1\\ t=-1\\ t=-1\end{cases}$ محققة

6) ج: $\vec{AB}\begin{pmatrix}-2\\3\\3\end{pmatrix}$ و $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\4\\-3\end{pmatrix}$ شعاع توجيه (D)

$\vec{AB}$ و $\vec{u}$ غير مرتبطين خطيا.

(AB) و (D) إما متقاطعان أو ليسا من نفس المستوي

$\begin{cases}2t+2=0\\ -3t=4\alpha\\ -3t-1=-3\alpha\end{cases}$ نجد: $\begin{cases}t=-1\\ \alpha=\frac{3}{4}\\ \alpha=-\frac{2}{3}\end{cases}$

مستحيل ومنه ليسا من نفس المستوي

تمرين 3 :

I 1) $\lim_{x \to -1^{>}} g(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

2) $g'(x) = \frac{1}{(x+1)^2} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+2}{(x+1)^2} > 0$

ومنه g متزايدة تماما على $]-1,+\infty[$

3) $g(0) = 0$

إشارة $g(x)$:

x	-1		0	
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$

II 1) أ) $f'(x) = 1 \times \ln(x+1) + \frac{1}{x+1} \times x$

$f'(x) = \ln(x+1) + \frac{x}{x+1} = g(x)$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$.

$x > 0$: $f'(x) > 0$ ، f متزايدة تماما

$-1 < x < 0$: $f'(x) < 0$: f متناقصة تماما

لما $x = 0$ ، $f'(x) = 0$.

ب) $\lim_{x \to -1^{>}} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

x	-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

2) أ) $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

$\frac{1}{2} = f'(x_0)(0 - x_0) + f(x_0)$

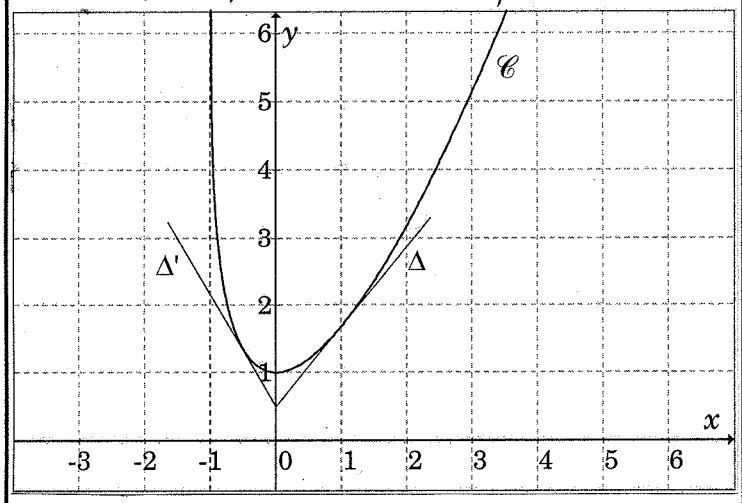
$\frac{1}{2} = -x_0\left(\frac{x_0}{x_0+1} + \ln(x_0+1)\right) + 1 + x_0 \ln(x_0+1)$

$\frac{1}{2} = \frac{-x_0^2}{x_0+1} + 1$

$2x_0^2 - x_0 - 1 = 0$

ومنه : $x_0 = 1$ ، $x_0 = -\frac{1}{2}$

ب) $f(1) \simeq 1{,}7$ ، $f(-\frac{1}{2}) \simeq 1{,}3$



3) أ) لدينا : $h(0) = f(0) = 1$

$\lim_{x \to 0^{<}} h(x) = \lim_{x \to 0^{<}} f(x) = 1 = h(0)$

$\lim_{x \to 0^{>}} h(x) = \lim_{x \to 0^{>}} (g(x)+1) = 1 = h(0)$

ومنه h مستمرة عند 0

$\lim_{x \to 0^{<}} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = \lim_{x \to 0^{<}} \ln(x+1) = 0 = h'_g(0)$

$\lim_{x \to 0^{>}} \frac{h(x)-h(0)}{x-0} = \lim_{x \to 0^{>}} \left[\frac{1}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{x}\right]$

$= 1 + 1 = 2 = h'_d(0)$

$h'_g(0) \neq h'_d(0)$ (غير قابلة للاشتقاق عند 0)

ب)

x	-1		0		6
$h'(x)$		$-$	‖	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$3{,}8$

ج)