الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**الفرض الأول** **للفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2018/2017م المدة: ساعتان (2سا) إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (6نقاط) احسب النهايات التالية:

1. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x^3-3x^2+3x-5}{(2x-1)^2}$
2. $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1}\dfrac{3x^2-4x-6}{1-x^2}$
3. $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{-x^2-x+2}{x^2+2x}$
4. $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+x}\right)$
5. $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$
6. $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x}$

تمرين2 (7نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x(x-2)+m}{(x-1)^2}$ ، حيث m وسيط حقيقي أكبر تماما من 1 $(m>1)$ ، وليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايات عند حدود مجالات تعريف الدالة f ، ثم اكتب معادلتي المستقيمين المقاربين للمنحني $(\mathscr{C})$.

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد $x\neq1$ ، $f'(x)=\dfrac{2(1-m)}{(x-1)^3}$. ادرس إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

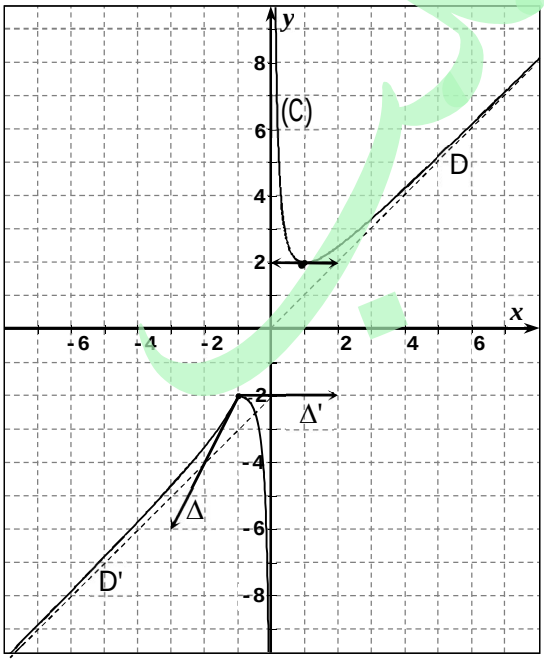
3) بيّن أنّه لما $x\neq1$ فإنّ $2-x\neq1$ و $f(2-x)=f(x)$ ، استنتج أنّ $(\mathscr{C})$ يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته.

4) هل توجد قيمة للوسيط m حتى يقبل المنحني $(\mathscr{C})$ مماسا يمر من المبدأ عند النقطة ذات الفاصلة 1-؟ علّل.

5) g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{x|x-2|+m}{(x-1)^2}$ حيث $(m>1)$.

بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2}\dfrac{g(x)-g(2)}{x-2}=-2-2m$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2}\dfrac{g(x)-g(2)}{x-2}=2-2m$. ماذا تستنتج؟

تمرين3 (7نقاط)



في الشكل المرفق: التمثيل البياني (C) للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$، D و D' مستقيمان مقاربان مائلان لـ(C)، Δ و Δ' نصفي المماسين لـ(C) عند 1- ، المستقيم الذي معادلته $x=0$ مقارب للمنحني (C).

1) عيّن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$.

2) عيّن معادلتي D و D' ، واستنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x)-x)$.

3) عيّن $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1}\dfrac{f(x)-f(-1)}{x+1}$. ماذا تستنتج؟

4) عيّن $f'(1)$ ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}-\{0\}$.

5) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=m^2+1$ حلين موجبين تماما.

6) g الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $g(x)=f(|x|)-2$. بيّن أنّ g زوجية، ثم استعمل (C) لرسم (C') بيان الدالة g .

تصحيح الفرض الأول للفصل 1 : (2017)

"عبد المطلب"

تمرين 1 :

1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{5x^3}{4x^2} = \lim_{x\to+\infty} \frac{5}{4}x = +\infty$

2) $\lim_{x\to 1} \frac{3x^2-4x-6}{1-x^2} = +\infty$ (-7 ، 0^-)

-1 1 : $-$ $+$ $-$

3) $\lim_{x\to-2} \frac{-x^2-x+2}{x^2+2x} = \lim_{x\to-2} \frac{(x+2)(-x+1)}{x(x+2)}$

$= \lim_{x\to-2} \frac{-x+1}{x} = -\frac{3}{2}$

4) $\lim_{x\to-\infty} \left(x+\sqrt{x^2+x}\right) = \lim_{x\to-\infty} \frac{(\sqrt{x^2+x}+x)(\sqrt{x^2+x}-x)}{\sqrt{x^2+x}-x}$

$= \lim_{x\to-\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2(1+\frac{1}{x})}-x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x}{x(-\sqrt{1+\frac{1}{x}}-1)}$

$= \frac{-1}{2}$

5) $\lim_{x\to+\infty} \frac{2\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x}(2+\frac{1}{\sqrt{x}})}{\sqrt{x}(1-\frac{1}{\sqrt{x}})} = 2$

6) بوضع $f(x) = x\sqrt{x^2+3}$

$f'(x) = \sqrt{x^2+3} + \frac{2x}{2\sqrt{x^2+3}}\cdot x = \frac{2x^2+3}{\sqrt{x^2+3}}$

$\lim_{x\to1} \frac{x\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x} = \lim_{x\to1} \left(\frac{x\sqrt{x^2+3}-2}{x-1}\right)\times\frac{1}{x}$

$\lim_{x\to1} \frac{x\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} = \lim_{x\to1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$

و $\lim_{x\to1} \frac{1}{x} = 1$ ومنه $\lim_{x\to1} \frac{x\sqrt{x^2+3}-2}{x-1} = \frac{5}{2}$

تمرين 2 :

1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$

$\lim_{x\to1} f(x) = +\infty$ لأن $\begin{cases} \lim_{x\to1} [x(x-2)+m] = m-1 > 0 \\ \lim_{x\to1} (x-1)^2 = 0^+ \end{cases}$

$y=1$ و $x=1$ مستقيمين مقاربين لـ (C)

2) $f'(x) = \frac{(2x-2)(x-1)^2 - 2(x-1)(x^2-2x+m)}{(x-1)^4}$

$f'(x) = \frac{(2x-2)(-m+1)}{(x-1)^4} = \frac{2(1-m)}{(x-1)^3}$

لدينا $m>1$ ومنه $(1-m)<0$

ومنه إشارة $f'(x)$: $+$ 1 $-$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$-$
$f(x)$	$1 \nearrow +\infty$	‖	$+\infty \searrow 1$

3) $x\neq1$ ، $-x\neq-1$ ومنه $2-x\neq1$

$f(2-x) = \frac{(2-x)(-x)+m}{(2-x-1)^2} = \frac{x(x-2)+m}{(-x+1)^2}$

إذن $f(2-x) = f(x)$

ومنه $x=1$ محور تناظر لـ (C) .

4) $y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$

$y = \frac{2-2m}{-8}(x+1) + \frac{3+m}{4}$

مماس يشمل المبدأ :

$0 = \frac{m-1}{4}(0+1) + \frac{m+3}{4}$

$\frac{m-1}{4} + \frac{m+3}{4} = 0$ ومنه $m=-1$

لدينا $m>1$ ومنه لا توجد قيمة لـ m

5) $\lim_{x\to2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2} = \lim_{x\to2} \frac{\frac{x(-x+2)+m}{(x-1)^2} - m}{x-2}$

$= \lim_{x\to2} \frac{(-m-1)x^2+(2+2m)x}{(x-2)(x-1)^2}$

$= \lim_{x\to2} \frac{-(m+1)x(x-2)}{(x-2)(x-1)^2} = \lim_{x\to2} \frac{-x(m+1)}{(x-1)^2}$

ومنه : $\lim_{x\to2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2} = -2(m+1)$

$$\lim_{x \to 2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2} = \lim_{x \to 2} \frac{\frac{x(x-2)+m}{(x-1)^2} - m}{x-2}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(1-m)x^2 + (2m-2)x}{(x-2)(x-1)^2}$$

$$= \lim_{x \to 2} \frac{(1-m)x(x-2)}{(x-2)(x-1)^2} = \lim_{x \to 2} \frac{(1-m)x}{(x-1)^2}$$

ومنه: $\lim_{x \to 2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2} = 2(1-m)$

تمرين 3:

1) $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to 0^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$

2) $y_D = x$ و $y_{D'} = x - 2$

$\lim_{x \to +\infty} [f(x) - x] = 0$ لأن (D) مقارب مائل

$\lim_{x \to -\infty} [f(x) - (x-2)] = 0$ و منه $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - x] = -2$

3) $\lim_{x \to -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1} = f'_g(-1)$ (معامل توجيه (Δ))

$f'_g(-1) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4-(-2)}{-2-(-1)} = \frac{-2}{-1} = 2$

$\lim_{x \to -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x+1} = f'_d(-1) = 0$

((Δ') يوازي حامل محور الفواصل)

منه: f غير قابلة للاشتقاق عند -1.

4) $f'(1) = 0$ (مماس أفقي)

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

5) حلين موجبين تماما:

$m^2 + 1 > 2$ ومنه $m^2 > 1$

$m^2 - 1 > 0$ أي: $(m-1)(m+1) > 0$

	-1		1	
$+$	0	$-$	0	$+$

إشارة (m^2-1) مبينة أعلاه

ومنه: $m \in]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[$

6) $x \in \mathbb{R}^*$ كذلك $-x \in \mathbb{R}^*$

$g(-x) = f(|-x|) - 2$

$g(-x) = f(|x|) - 2 = g(x)$

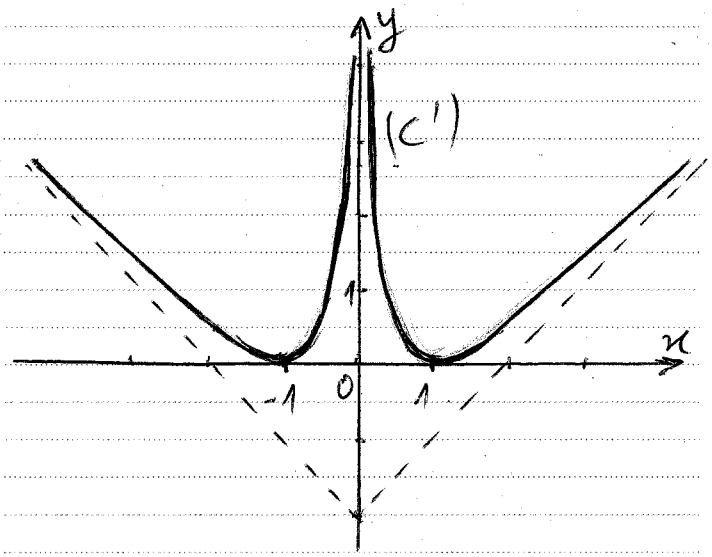
ومنه g زوجية.

* لما $x > 0$، $g(x) = f(x) - 2$

نقوم بسحب (C) بالشعاع $\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

* ولما $x < 0$، بما أن g زوجية

نكمل الرسم بالتناظر بالنسبة لـ yy'.



"عبد المطلب"