المؤسسة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) **المستوى:** ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" **المادة:** رياضيات	**الفرض الثاني** **للفصل الأول**	**الموسم الدراسي:** 2017/2018م **المدة:** ساعتان ونصف (2سا 30د) **إعداد:** عبد المطلب

تمرين1 (10نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2+\alpha x+\beta}{2(x-2)}$ ، حيث α و β عددين حقيقيين.

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\neq 2$ ، فإنّ $g'(x)=\dfrac{x^2-4x-2\alpha-\beta}{2(x-2)^2}$.

2) عيّن العددين α و β بحيث المنحني الممثل للدالة g يقبل عند النقطة $\left(\frac{3}{2};-\frac{3}{4}\right)$ مماسا معادلته $y=-\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$.

II- f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-3x+3}{2(x-2)}$ و $(\mathscr{C})$ بيانها في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} f(x)$ ، فسّر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) معادلته $y=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$.

3) ادرس اتجّاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

4) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل عند النقطتين A و B مماسين (Δ) و (Δ') معامل توجيه كل منهما يساوي $-\frac{3}{2}$.
اكتب معادلة كل مماس عند النقطتين A و B.

5) بيّن أنّ $f(2-x)+f(2+x)=1$. استنتج أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل كمركز تناظر النقطة C التي يطلب تعيينها.

6) ارسم المماسين (Δ) و (Δ')، المستقيم المقارب (D) والمنحني $(\mathscr{C})$. الوحدة 2cm

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=-\frac{3}{2}x+m$.

8) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-\frac{1}{2}\}$ بـ: $g(x)=f(-2x+1)$. استعمل مشتقة دالة مركبة لإنشاء جدول تغيرات g.

تمرين2 (10نقاط)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3+3x-8$

1) احسب $g'(x)$ وادرس إشارتها، ثم استنتج اتجاه تغيّر الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1{,}5<\alpha<1{,}6$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+\dfrac{4-x}{1+x^2}$ و $(\mathscr{C})$ بيانها في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) يطلب كتابة معادلته ثم ادرس الوضع النسبي لـ $(\mathscr{C})$ و (D).

3) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{x\,g(x)}{(x^2+1)^2}$. ادرس إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات f.

4) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{3\alpha-2}{2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-1{,}2<\beta<-1{,}1$ ثم استنتج إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

6) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطة التي فاصلتها $x_0=1$ ثم ارسم (Δ) و $(\mathscr{C})$ على $]-\infty\,;4]$.

7) أ) اشرح كيفية رسم البيان $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة $|f|$ ثم ارسم المنحني $(\mathscr{C}')$ على المجال $]-\infty\,;4]$.

ب) استعمل $(\mathscr{C}')$ لتعيين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $2|f(x)|=m$ أربعة حلول متمايزة.

تصحيح الفرض الثاني للفصل 1 : 2017

عبد المطلب

تمرين 1:

I) 1) $g'(x) = \dfrac{(2x+\alpha)(2x-4) - 2(x^2+\alpha x+\beta)}{4(x-2)^2}$

$g'(x) = \dfrac{2(x^2-4x-2\alpha-\beta)}{4(x-2)^2} = \dfrac{x^2-4x-2\alpha-\beta}{2(x-2)^2}$

2) $g\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{4}$ و $g'\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2}$

يكافئ: $\begin{cases} \dfrac{\frac{9}{4}+\frac{3}{2}\alpha+\beta}{-1} = -\frac{3}{4} \\ \dfrac{9/4-6-2\alpha-\beta}{\frac{1}{2}} = -\frac{3}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} 3\alpha+2\beta=-3 \\ -2\alpha-\beta=3 \end{cases}$

عند حل هذه الجملة نجد: $\alpha=-3$ و $\beta=3$

II) 1) $\lim\limits_{x \overset{<}{\to} 2} \dfrac{x^2-3x+3}{2(x-2)} = -\infty$ ($\to 1$, $\to 0^-$)

إشارة $(x-2)$: $-$ | 2 | $+$

$\lim\limits_{x \overset{>}{\to} 2} \dfrac{x^2-3x+3}{2(x-2)} = +\infty$ ($\to 1$, $\to 0^+$)

$x=2$ مستقيم مقارب لـ (C).

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{2x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{2} = -\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{2x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{2} = +\infty$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x)-y] = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{2(x-2)} = 0$

كذلك عند $+\infty$ ومنه (D) مستقيم مقارب مائل.

3) $f'(x) = \dfrac{x^2-4x+3}{2(x-2)^2} = \dfrac{(x-1)(x-3)}{2(x-2)^2}$

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$-\frac{1}{2}$	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$\frac{3}{2}$	↗	$+\infty$

4) $f'(x_0) = -\frac{3}{2}$ أي $\dfrac{x_0^2-4x_0+3}{2(x_0-2)^2} = -\frac{3}{2}$

نجد: $4x_0^2-16x_0+15=0$ أو $x_0=\frac{3}{2}$ أو $x_0=\frac{5}{2}$

$y_1 = f'\left(\frac{3}{2}\right)\left(x-\frac{3}{2}\right)+f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$

$y_2 = f'\left(\frac{5}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)+f\left(\frac{5}{2}\right) = -\frac{3}{2}x+\frac{11}{2}$

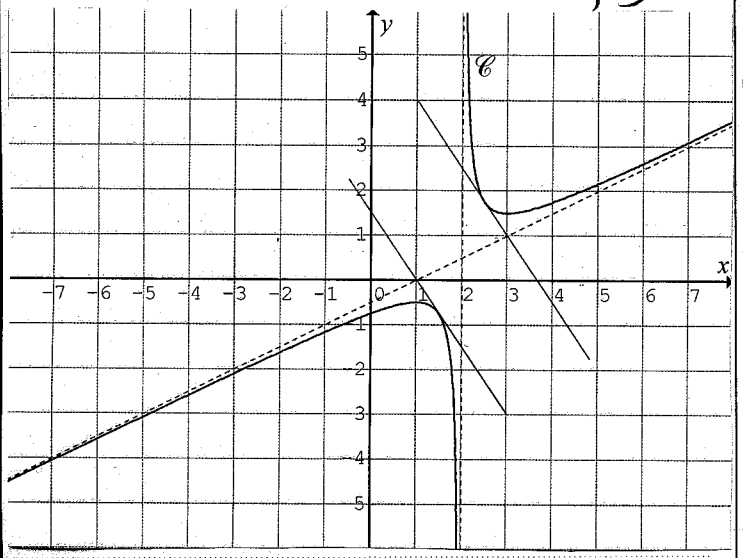
5) من أجل كل $2+x \neq 2$ لدينا $2-x \neq 2$ ؛

$f(2-x) = \dfrac{x^2-x+1}{-2x}$ و $f(2+x) = \dfrac{x^2+x+1}{2x}$

$f(2-x)+f(2+x) = \dfrac{2x}{2x} = 1$

ومنه النقطة $\left(2;\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر لـ (C).

6) الرسم:



7) الحلول هي فواصل نقط تقاطع (C) مع المستقيمات الموازية للمماسين (ميلها $-\frac{3}{2}$). لدينا $f(0)=-\frac{3}{4}$

* $m<-\frac{3}{4}$: حلان مختلفان في الإشارة
* $m=-\frac{3}{4}$: حل واحد معدوم وآخر موجب
* $-\frac{3}{4}<m<\frac{3}{2}$: حلان موجبان تماما.
* $m=\frac{3}{2}$: حل واحد مضاعف موجب
* $\frac{3}{2}<m<\frac{11}{2}$: لا يوجد حلول.
* $m=\frac{11}{2}$: حل واحد مضاعف موجب
* $m>\frac{11}{2}$: حلان موجبان تماما.

8) $g'(x) = -2xf'(-2x+1)$

لما $f'(-2x+1)=0$: $-2x+1=1$ أي $x=0$ ؛ $-2x+1=3$ أي $x=-1$

x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$\frac{3}{2}$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$-\frac{1}{2}$	↘	$-\infty$

تمرين 2 :

I) 1) $g'(x) = 3x^2 + 3 > 0$

ومنه g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

2) g مستمرة ومتزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

$g(1,5) \simeq -0,13 < 0$ و $g(1,6) \simeq 0,9 > 0$. إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,5 < \alpha < 1,6$.

إشارة $g(x)$:

x		α	
	$-$	0	$+$

II) 1) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - (x-1)] = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{4-x}{1+x^2} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{-1}{x} = 0$

كذلك عند $+\infty$ ، $(y = x-1)$ مقارب لـ $(\mathscr{C})$

لدراسة وضعية $(\mathscr{C})$ بالنسبة لـ (D) ندرس إشارة

$$f(x) - y = \frac{4-x}{1+x^2}$$

x		4	
	$+$	0	$-$

- $x < 4$: $(\mathscr{C})$ فوق (D).
- $x > 4$: $(\mathscr{C})$ تحت (D).
- $x = 4$: $(\mathscr{C})$ يقطع (D) عند $(4;3)$

3) $f'(x) = 1 + \frac{x^2 - 8x - 1}{(1+x^2)^2} = \frac{x^4 + 3x^2 - 8x}{(1+x^2)^2}$

$f'(x) = \frac{x(x^3 + 3x - 8)}{(1+x^2)^2} = \frac{x\, g(x)}{(1+x^2)^2}$

x	$-\infty$		0		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
x		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

4) $f(\alpha) = \alpha - 1 + \frac{4-\alpha}{1+\alpha^2}$

لدينا: $g(\alpha) = 0$ ومنه $\alpha^3 = -3\alpha + 8$

$\alpha^2 = \frac{-3\alpha+8}{\alpha}$ نعوضها في $f(\alpha)$.

$f(\alpha) = \alpha - 1 + \frac{4-\alpha}{1 + \frac{-3\alpha+8}{\alpha}} = \alpha - 1 + \frac{\alpha(4-\alpha)}{-2\alpha+8}$

$f(\alpha) = \alpha - 1 + \frac{\alpha}{2} = \frac{3\alpha - 2}{2}$

$1,5 < \alpha < 1,6$ ، $4,5 < 3\alpha < 4,8$

$2,5 < 3\alpha - 2 < 2,8$ ومنه $1,25 < \frac{3\alpha-2}{2} < 1,4$

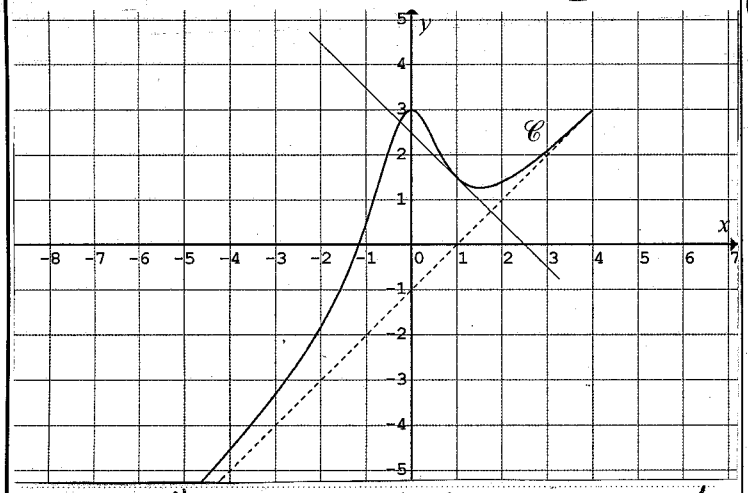
5) f مستمرة ومتزايدة تماما على $]-1,2;-1,1[$

$f(-1,1) \simeq 0,2 > 0$ و $f(-1,2) \simeq -0,7 < 0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $-1,2 < \beta < -1,1$

إشارة $f(x)$:

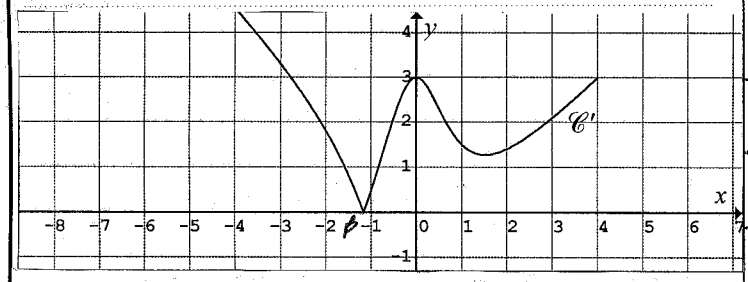
x		β	
	$-$	0	$+$

6) $y = f'(1)(x-1) + f(1) = -x + \frac{5}{2}$



7) أ) • $x > \beta$: $|f(x)| = f(x)$ ، $(\mathscr{C}')$ يطابق $(\mathscr{C})$

وما $x \leq \beta$: $|f(x)| = -f(x)$. $(\mathscr{C}')$ يناظر $(\mathscr{C})$ بالنسبة $x'ox$.



ب) المعادلة: $|f(x)| = \frac{m}{2}$ تقبل 4 حلول ما $3 < \frac{m}{2} < f(\alpha)$ ومنه:

$3\alpha - 2 < m < 6$

"عبد المطلب"