الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**الفرض للفصل الثالث**	الموسم الدراسي: 2018/2019م المدة: ساعتان (2سا) إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (6نقاط)

الفضاء مزوّد بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر النقطتين $A(1;2;-3)$ و $B(4;5;-6)$، المستوي $(\mathscr{P})$ ذي المعادلة الديكارتية $x+y-z=6$، والمستقيم $(\mathscr{D})$ ذي التمثيل الوسيطي: $\begin{cases} x=\alpha \\ y=2 \\ z=\alpha-4 \end{cases}$، حيث α عدد حقيقي.

عيّن في كل حالة مما يلي اقتراحا واحدا صحيحا مع التعليل:

	a	b	c
1	المعادلة الديكارتية للمستوي (OAB): $x+y+z=0$	المعادلة الديكارتية للمستوي (OAB): $x-2y-z=0$	المعادلة الديكارتية للمستوي (OAB): $2x+2y+3z=0$
2	المستوي (OAB) يوازي $(\mathscr{P})$	المستوي (OAB) يعامد $(\mathscr{P})$	المستوي (OAB) منطبق على $(\mathscr{P})$
3	المستقيم $(\mathscr{D})$ يعامد المستوي $(\mathscr{P})$	المستقيم $(\mathscr{D})$ يعامد (OAB)	$(\mathscr{D})$ هو تقاطع $(\mathscr{P})$ و (OAB)
4	المستقيم (AB) يوازي $(\mathscr{P})$	المستقيم (AB) يقطع $(\mathscr{P})$	المستقيم (AB) محتوى في $(\mathscr{P})$
5	التمثيل الوسيطي للمستقيم (OA): $t\in\mathbb{R}\quad (t\,;\,2t\,;\,-3t)$	التمثيل الوسيطي للمستقيم (OA): $t\in\mathbb{R}\quad (t\,;\,-2t\,;\,3t)$	التمثيل الوسيطي للمستقيم (OA): $t\in\mathbb{R}\quad (-t\,;\,2t\,;\,3t)$
6	المستقيمان (OA) و $(\mathscr{D})$ متوازيان	(OA) و $(\mathscr{D})$ ليسا من نفس المستوي	المستقيمان (OA) و $(\mathscr{D})$ متقاطعان

تمرين2 (6نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$، لتكن النقط A، B و C التي لاحقاتها:

$z_A=2+i$ ، $z_B=-z_A$ و $z_C=e^{i\frac{\pi}{2}}z_A$.

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

1) المثلث ABC قائم في النقطة C، ومتساوي الساقين.

2) النقط A، B و O على استقامة واحدة.

3) صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OA}$ هي النقطة C.

4) صورة النقطة A بالدوران r الذي مركزه C وزاويته $-\frac{\pi}{2}$ هي النقطة B.

5) العبارة المركبة للتشابه المباشر s حيث $s(B)=B$ و $s(A)=C$ هي: $z'=(1+i)z+z_C$.

6) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقّق $\left|\frac{z-2-i}{z+2+i}\right|=1$ هي المستقيم (OC).

تمرين3 (8نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x^2-1+\ln x$

1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) بيّن أنّ الدالة g متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

3) احسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2+(-1+\ln x)^2$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ مع تفسير النتيجة بيانيا.

2) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ، $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{x}$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .

3) احسب $f(2)$ و $f(3)$ ، ثم ارسم المنحني $(\mathscr{C})$.

4) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ، $f(x)\geq x^2$.

ب) استنتج وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمنحني $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة: $x\mapsto x^2$ ، ثم ارسم $(\mathscr{C}')$.

5) أ) بيّن أنّ الدالة العددية H المعرّفة على $\mathbb{R}_+^*$ بـ: $H(x)=x\left[1+(-2+\ln x)^2\right]$ هي دالة أصلية للدالة العددية h المعرّفة على $\mathbb{R}_+^*$ بـ: $h(x)=(-1+\ln x)^2$.

ب) احسب مساحة السطح $\mathcal{A}$ المحدّد بالمنحني $(\mathscr{C})$، المنحني $(\mathscr{C}')$ والمستقيمين اللّذين معادلتهما: $x=1$ و $x=e$.

6) استعمل المنحني $(\mathscr{C})$ لتعيين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=f(m)$ حلين موجبين تماما.

تصحيح الفرض للفصل 3: 2019م

"عبد المطلب"

تمرين 1:

1) الجواب الصحيح هو b:

$x_A - 2y_A - z_A = 0$ ، $x_B - 2y_B - z_B = 0$

$x_O - 2y_O - z_O = 0$

2) الجواب الصحيح هو b:

$\vec{n_1}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$ ناظمي لـ (P) و $\vec{n_2}\begin{pmatrix}1\\-2\\-1\end{pmatrix}$ ناظمي لـ (OAB)

$\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}=0$ ومنه (P) يعامد (OAB).

3) الجواب الصحيح هو c:

$(D)\in(P)$: $\alpha+2-(\alpha-4)=6$ (محققة)

$(D)\in(OAB)$: $\alpha-2(2)-(\alpha-4)=0$ (محققة)

4) الجواب الصحيح هو b:

$\vec{n_1}\cdot\vec{AB}\neq 0$ ومنه (AB) لا يوازي (P)

إذن (AB) يقطع (P).

لاحظ: $A\in(P)$ و $B\notin(P)$.

5) الجواب الصحيح هو a:

$O\in(OA)$: $\begin{cases}0=t\\0=2t\\0=-3t\end{cases}$ ، $t=0$

$A\in(OA)$: $\begin{cases}1=t\\2=2t\\-3=-3t\end{cases}$ ، $t=1$

أو: $\vec{OM}=t\vec{OA}$ ومنه نكتب التمثيل الوسيطي

6) الجواب الصحيح هو c:

عند حل الجملة: $\begin{cases}t=\alpha\\2t=2\\-3t=\alpha-4\end{cases}$

نجد $t=1$ و $\alpha=1$

إذن يتقاطعان.

لاحظ: نقطة التقاطع: $A(1,2,-3)$.

$A\in(OA)$ و $A\in(D)$.

تمرين 2:

$z_C = iz_A = -1+2i$

1) صحيح:

$AC=|z_C-z_A|=|-3+i|=\sqrt{10}$

$BC=|z_C-z_B|=|1+3i|=\sqrt{10}$

$AB=|z_B-z_A|=|-4-2i|=\sqrt{20}$

لدينا: $AB^2=AC^2+BC^2$ (قائم ومتساوي الساقين)

يمكن حساب: $\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}=e^{i\frac{\pi}{2}}$

$CA=CB$ و $(\vec{CB},\vec{CA})=\frac{\pi}{2}$.

2) صحيح: بما أن B نظيرة A بالنسبة لـ O فإن B,A,O في استقامية.

يمكن حساب: $\frac{z_B}{z_A}=-1$ أي $(\vec{OB}=-\vec{OA})$

3) خطأ: $z'=z+z_A=z+2+i$

صورة B: $z'=z_B+2+i=0\neq z_C$

4) صحيح: $z'-z_C=e^{i(-\frac{\pi}{2})}(z-z_C)$ ؛ r

صورة A: $z'+1-2i=-i(z_A+1-2i)$

$z'=-2-i=z_B$ (محققة)

5) خطأ:

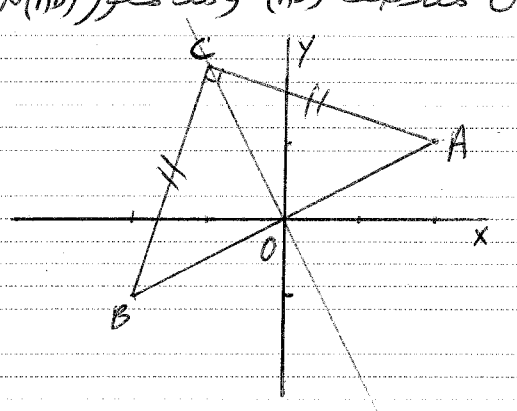
صورة A: $z'=(1+i)z_A+z_C$

$z'=(1+i)(2+i)-1+2i$

$z'=5i\neq z_C$

6) صحيح: $\left|\frac{z-z_A}{z-z_B}\right|=1$ يعني $AM=BM$

مجموعة النقط هي محور $[AB]$ ونعلم أن المثلث ABC قائم في C ومتساوي الساقين وكذلك O منتصف $[AB]$ ومنه محور $[AB]$ هو (OC)



تمرين 3:

I-1) $\lim_{x \to 0^{>}} g(x) = -\infty$ لأن: $\lim_{x \to 0^{>}} \ln x = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ لأن: $\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

2) $g'(x) = 2x + \frac{1}{x} = \frac{2x^2+1}{x} > 0$

ومنه g متزايدة تماما على $\mathbb{R}_+^*$.

3) $g(1) = 0$ ومنه إشارة $g(x)$:

x	0		1	
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$

II-1) $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ لأن: $\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim_{x \to 0^{>}} f(x) = +\infty$ لأن $\lim_{x \to 0^{>}} (-1+\ln x)^2 = +\infty$

$x = 0$ مستقيم مقارب (عمودي)

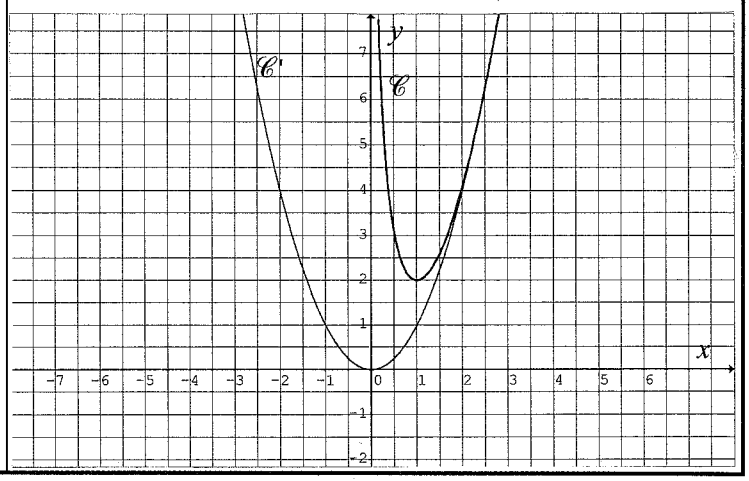
2) $f'(x) = 2x + 2 \times \frac{1}{x}(-1+\ln x)$

$f'(x) = \frac{2x^2 - 2 + 2\ln x}{x}$

$f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

3) $f(2) \simeq 4{,}1$ و $f(3) \simeq 9$



4) أ) $f(x) - x^2 = (-1+\ln x)^2 \geq 0$

ب) $f(x) - x^2 \geq 0$ ، ومنه $(\mathcal{C})$ فوق $(\mathcal{C}')$ ويمسه عند (e, e^2).

5) أ) $H'(x) = [1 + (-2+\ln x)^2] + \frac{2}{x}(-2+\ln x)x$

$H'(x) = 1 + 4 - 4\ln x + (\ln x)^2 - 4 + 2\ln x$

$H'(x) = (\ln x)^2 - 2\ln x + 1$

$H'(x) = (\ln x - 1)^2 = h(x)$

ومنه: H أصلية h.

ب) $A = \int_1^e (f(x) - x^2)\, dx$

$A = \int_1^e (-1+\ln x)^2\, dx$

$A = [H(x)]_1^e = H(e) - H(1)$

$A = 2e - 5 \simeq 0{,}44$ u.a

6) $f(x) = f(m)$ تقبل حلان موجبان تماما إذا كان

$m > 0$

"عبد المطلب"