الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**اختبار** **الفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2019/2020م المدة: ساعتان ونصف (2سا 30د) إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (9نقاط)

I- g الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(2-x)e^{x}-1$.

1) احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2) ادرس اتّجاه تغيّر الدالة g ثم شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$ حلان α و β حيث: $-1{,}2<\alpha<-1{,}1$ و $1{,}8<\beta<1{,}9$.

4) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- f الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(3-x)e^{x}-x-1$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j})$.

1) أ) احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=-x-1$ عند $-\infty$.

جـ) ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة إلى المستقيم (Δ) مع تحديد نقطة تقاطعهما.

2) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=g(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

ب) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مماسا (Δ') يشمل النقطة $A\left(-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$ ويعامد المستقيم (Δ). اكتب معادلة لـ (Δ').

جـ) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

3) أ) بيّن أنّ $f(\alpha)=\dfrac{(1-\alpha)^2}{2-\alpha}$، ثم استنتج حصرا لكل من $f(\alpha)$ و $f(\beta)$.

ب) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا γ حيث: $2{,}7<\gamma<2{,}8$.

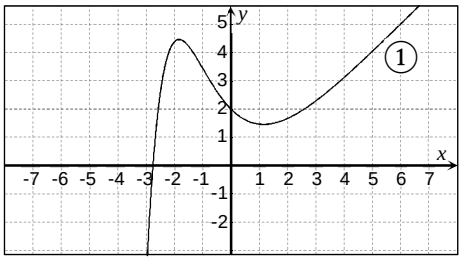
جـ) ارسم (Δ)، (Δ') والمنحني $(\mathscr{C})$. اعتبر $f(\alpha)\approx1{,}5$ و $f(\beta)\approx4{,}5$.

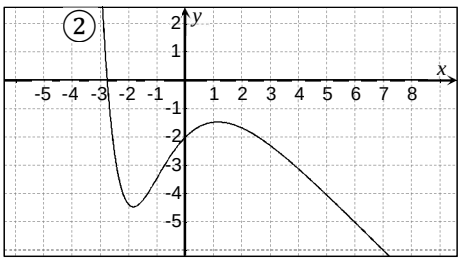
4) استعمل المنحني $(\mathscr{C})$ لتعيين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $(3-x)e^{x}-2x=m$ حلا واحدا موجبا.

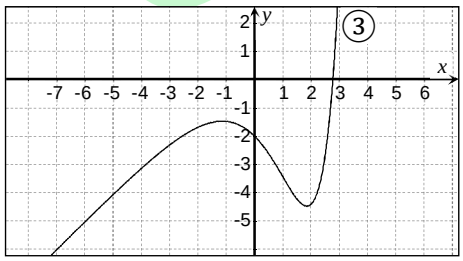
5) h الدالة العددية المعرّفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=1-(3+x)e^{-x}-x$.

أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$، $h(x)=-f(-x)$.

ب) من بين المنحنيات الثلاثة ①، ② و ③ المبيّنة أسفله، عيّن المنحني الممثّل للدالة h، مع تعليل اختيارك.







اقلب الورقة

تمرين2 (11نقطة)

في كل التمرين، نعتبر المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j})$.

I- لتكن الدالة g_1 المعرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g_1(x)=2\ln(x+1)-2$ ، وليكن $(\mathscr{C}_1)$ تمثيلها البياني.

- لتكن الدالة g_2 المعرّفة على المجال $]-\infty;-1[$ بـ: $g_2(x)=2\ln(-x-1)-2$ ، وليكن $(\mathscr{C}_2)$ تمثيلها البياني.

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} g_1(x)$ ، فسّر النتيجة بيانيا، واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g_1(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g_1 على المجال $]-1;+\infty[$.

2) أ) احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} g_2(x)$ ، فسّر النتيجة بيانيا، واحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g_2(x)$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة g_2 على المجال $]-\infty;-1[$.

3) لتكن الدالة g المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $g(x)=\ln(x+1)^2-2$ ، وليكن $(\mathscr{C}_g)$ تمثيلها البياني.

أ) بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C}_g)$ هو اتحاد المنحنيين $(\mathscr{C}_1)$ و $(\mathscr{C}_2)$، بمعنى $(\mathscr{C}_1)\cup(\mathscr{C}_2)=(\mathscr{C}_g)$، ثم استنتج جدول تغيرات g .

ب) برهن على وجود مماسين (Δ_1) و (Δ_2) لـ$(\mathscr{C}_g)$ عند النقطتين A و B يتقاطعان في C(-1;-4). اكتب معادلتيهما.

ج) عيّن نقطتي تقاطع $(\mathscr{C}_g)$ مع حامل محور الفواصل، ثم ارسم (Δ_1) ، (Δ_2) والمنحني $(\mathscr{C}_g)$.

II- لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{9}{(x+1)^2}+g(x)$ ، وليكن $(\mathscr{C}_f)$ تمثيلها البياني.

1) أ) احسب النهايتين: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-1} f(x)=\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-1} f(x)=+\infty$ ، فسّر النتيجة بيانيا. (يمكن وضع $t=(x+1)^2$).

ج) بيّن أنّ: $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-g(x)]=\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-g(x)]=0$ ، ثم فسّر النتيجة بيانيا.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$، $f'(x)=\dfrac{2(x-2)(x+4)}{(x+1)^3}$ ، ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

ب) شكّل جدول تغيرات الدالة f ، ثم استنتج إشارة $f(x)$.

3) أ) بيّن أنّ المستقيم ذو المعادلة $x=-1$ محور تناظر للمنحني $(\mathscr{C}_f)$.

ب) احسب $f(0)$ ، ثم استنتج حساب $f(-2)$.

ج) ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C}_f)$ بالنسبة إلى المنحني $(\mathscr{C}_g)$، ثم ارسم المنحني $(\mathscr{C}_f)$ في نفس المعلم السابق.

4) h الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ: $h(x)=e^{-f(x)-1}$.

أ) احسب النهايات عند حدود مجالات مجموعة تعريف الدالة h.

ب) احسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ، ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}-\{-1\}$.

انتهى

تصحيح اختبار الفصل الأول: 2019م

"عبد المطلب"

تمرين 1:

I-1) $\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty}(2e^x - xe^x - 1) = -1$

$\lim_{x\to+\infty} g(x) = (-\infty)\times(+\infty) = -\infty$

2) $g'(x) = -e^x + e^x(2-x) = (1-x)e^x$

إشارة $g'(x)$: $+$ ، 1 ، $-$

$x<1$: $g'(x)>0$ ، ومنه g متزايدة تماما.

$x>1$: $g'(x)<0$ ، ومنه g متناقصة تماما.

$x=1$: $g'(x)=0$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	-1	$\nearrow$	$e-1$	$\searrow$	$-\infty$

3) g مستمرة ومتزايدة على $]-1,2;-1,1[$ ، $g(-1,1)\simeq -0,04<0$ و $g(-1,2)\simeq 0,03>0$. حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α.

g مستمرة ومتناقصة على $]1,8;1,9[$ ، $g(1,8)\simeq 0,2>0$ ، $g(1,9)\simeq -0,3<0$. حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث: $1,8<\beta<1,9$

4) إشارة $g(x)$: $-$ ، α ، $+$ ، β ، $-$

II-1) أ) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(3e^x - xe^x - x - 1) = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty - \infty = -\infty$

ب) $\lim_{x\to-\infty}(f(x)-y) = \lim_{x\to-\infty}(3e^x - xe^x) = 0$

ومنه $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا $(\Delta): y=-x-1$

جـ) ندرس إشارة: $f(x)-y = (3-x)e^x$

$+$ ، 3 ، $-$

$x<3$: $(\mathscr{C})$ فوق (Δ).

$x>3$: $(\mathscr{C})$ تحت (Δ).

$(\mathscr{C})$ يقطع (Δ) عند النقطة: $(3;-4)$.

2) أ) $f'(x) = -e^x + e^x(3-x) - 1 = (2-x)e^x - 1$

$f'(x) = g(x)$ ومنه إشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$.

x	$-\infty$		α		β		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$f(\beta)$	$\searrow$	$-\infty$

ب) (Δ) يشمل النقطة: $(-\frac{3}{2};\frac{1}{2})$:

$y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$

$\frac{1}{2} = f'(x_0)(-\frac{3}{2}-x_0) + f(x_0)$

$\frac{1}{2} = [(2-x_0)e^{x_0}-1](-\frac{3}{2}-x_0) + (3-x_0)e^{x_0} - x_0 - 1$

نجد: $(x_0^2 - \frac{3}{2}x_0)e^{x_0} = 0$

إما: $x_0=0$ أو $x_0=\frac{3}{2}$.

(Δ) يعامد (Δ') يعني: $f'(x_0)\times(-1) = -1$ (جداء الميلين $=-1$)

$f'(x_0)=1$ يتحقق لما $x_0=0$.

$(\Delta'): y = f'(0)(x-0)+f(0) = x+2$

طريقة أبسط: $y=ax+b$ ، $b=2$ ، $a=1$

جـ) $f''(x) = g'(x) = (1-x)e^x$ ، $+$ ، 1 ، $-$

f'' تنعدم وتغير إشارتها ومنه النقطة: $(1;2e-2)$

3) أ) $f(\alpha) = (3-\alpha)e^\alpha - \alpha - 1$ ولدينا: $g(\alpha)=0$

$(2-\alpha)e^\alpha - 1 = 0$ ومنه: $e^\alpha = \frac{1}{2-\alpha}$ ،

نعوضها في $f(\alpha)$: $f(\alpha) = \frac{3-\alpha}{2-\alpha} - \alpha - 1$

$f(\alpha) = \frac{\alpha^2-2\alpha+1}{2-\alpha} = \frac{(\alpha-1)^2}{2-\alpha}$

$-1,2<\alpha<-1,1$ ، $1,1<-\alpha<1,2$

$2,1<1-\alpha<2,2$ ، $4,41<(1-\alpha)^2<4,84$

$3,1<2-\alpha<3,2$ ، $0,31<\frac{1}{2-\alpha}<0,32$

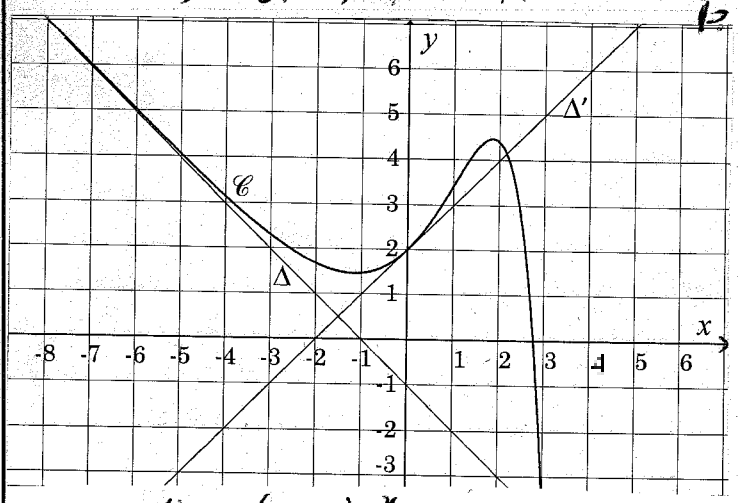
$1,38<f(\alpha)=\frac{(1-\alpha)^2}{2-\alpha}<1,56$

$1,8<\beta<1,9$ و $f(\beta)=\frac{(1-\beta)^2}{2-\beta}$

بنفس الطريقة السابقة نجد: $3,2<f(\beta)<8,1$

ب) f مستمرة ومتناقصة على $]2,7;2,8[$ ، $f(2,7)\simeq 0,8>0$ و $f(2,8)\simeq -0,5<0$ إذن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا δ.

جـ)



4) $(3-x)e^x - x - 1 = x + m - 1$ ومنه:

$f(x) = x+m-1$. فواصل نقاط تقاطع $(\mathscr{C})$ مع المستقيمات الموازية لـ (Δ').

حلا واحدا موجبا: $m-1<2$ ومنه: $m<3$

5) أ) لدينا: $f(-x) = (3+x)e^{-x} + x - 1$

ومنه: $-f(-x) = -(3+x)e^{-x} - x + 1 = h(x)$

ب) المنحنى ② يمثل الدالة h: نظاظر $(\mathscr{C})$ بالنسبة لمحور التراتيب $(f(-x))$ ثم بالنسبة لمحور الفواصل $(-f(-x))$.

"عبد المطلب"

تمرين 2:

I 1) أ) $\lim_{x \to 1^{>}} g_1(x) = -\infty$ (مستقيم مقارب $x=-1$)

$\lim_{x \to +\infty} g_1(x) = +\infty$

ب) $g_1'(x) = \frac{2}{x+1} > 0$ ، ومنه g_1 متزايدة تماما.

2) أ) $\lim_{x \to -1^{<}} g_2(x) = -\infty$ (مستقيم مقارب $x=-1$)

ب) $g_2'(x) = \frac{-2}{-x-1} < 0$ ، ومنه g_2 متناقصة تماما

$\lim_{-\infty} g_2(x) = +\infty$

3) أ) لدينا: $g(x) = 2\ln|x+1| - 2$

لما $x > -1$: $g_1(x) = g(x) = 2\ln(x+1) - 2$

ولما $x < -1$: $g_2(x) = g(x) = 2\ln(-x-1) - 2$

ومنه: $(\mathcal{C}_g) = (\mathcal{C}_1) \cup (\mathcal{C}_2)$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
g	$\nearrow$	$\parallel$	$\nearrow$

ب) معادلة المماس: $y = g'(x_0)(x - x_0) + g(x_0)$

مماس يشمل $(-1;-4)$:

$-4 = g'(x_0)(-1-x_0) + g(x_0)$

$-4 = \frac{2}{x_0+1}(-1-x_0) + \ln(x_0+1)^2 - 2$

$-4 = -2 + \ln(x_0+1)^2 - 2$

$\ln(x_0+1)^2 = 0$ ، ومنه: $(x_0+1)^2 = 1$

$x_0 + 1 = 1$ أو $x_0 + 1 = -1$

ومنه: $x_0 = 0$ أو $x_0 = -2$

$A(0;-2)$ ؛ $B(-2,-2)$

$y_1 = 2x - 2$ ؛ $y_2 = -2x - 6$

جـ) $g(x) = 0$ يعني: $\ln(x+1)^2 = 2$

$(x+1)^2 = e^2$ ومنه: $x+1 = e$ أو $x+1 = -e$.

$A'(e-1;0)$ و $B'(-e-1;0)$

II 1) أ)

$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

ب) $\lim_{x \to -1^{>}} f(x) = \lim_{t \to 0} \left(\frac{9}{t} + \ln t - 2\right)$

$= \lim_{t \to 0} \left(\frac{9 + t\ln t}{t} - 2\right) = +\infty$

بنفس الطريقة نجد: $\lim_{x \to -1^{<}} f(x) = +\infty$

يوجد مستقيم مقارب معادلته: $x = -1$

جـ) $\lim_{x \to -\infty} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \to -\infty} \frac{9}{(x+1)^2} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \to +\infty} \frac{9}{(x+1)^2} = 0$

ومنه $(\mathcal{C}_f)$ و $(\mathcal{C}_g)$ متقاربان بجوار $-\infty$ و $+\infty$

2) أ)

$f'(x) = \frac{-2(x+1) \times 9}{(x+1)^4} + \frac{2}{x+1}$

$f'(x) = \frac{-18}{(x+1)^3} + \frac{2}{x+1} = \frac{-18 + 2(x+1)^2}{(x+1)^3}$

$f'(x) = \frac{2x^2 + 4x - 16}{(x+1)^3} = \frac{2(x-2)(x+4)}{(x+1)^3}$

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
$x-2$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$(x+1)^3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	

ب)

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-1+2\ln 3$	$\nearrow$	$+\infty$ $\parallel$ $+\infty$	$\searrow$	$-1+2\ln 3$	$\nearrow$	$+\infty$

من جدول التغيرات نلاحظ أن: $f(x) > 0$.

3) أ) $x \neq -1$ ، $-x \neq 1$ ومنه: $-x-2 \neq -1$

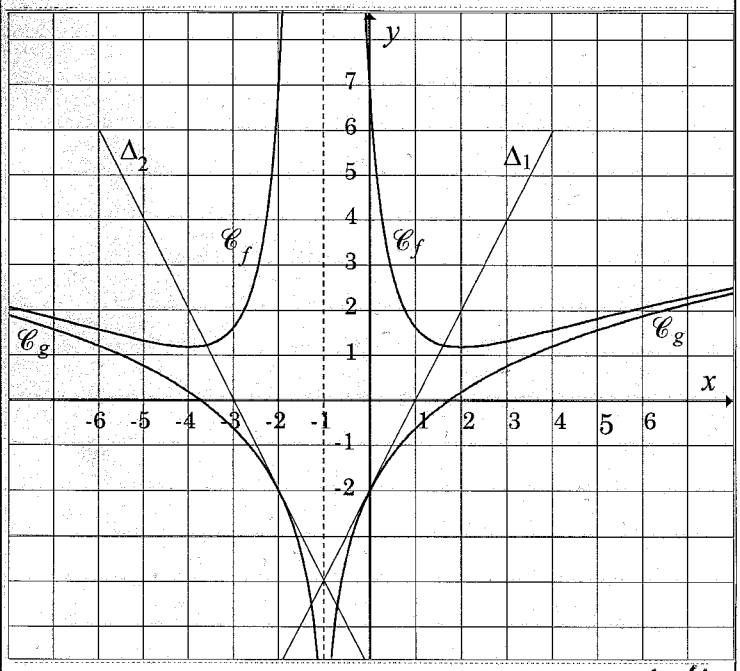
$f(-2-x) = \frac{9}{(-x-1)^2} + \ln(-x-1)^2 - 2 = \frac{9}{(x+1)^2} + \ln(x+1)^2 - 2$

$f(-2-x) = f(x)$ ومنه $x = -1$ محور تناظر لـ $(\mathcal{C}_f)$

ب) $f(0) = 7$ و $f(-2) = f(-2-0) = f(0) = 7$

جـ) $f(x) - g(x) = \frac{9}{(x+1)^2} > 0$

ومنه $(\mathcal{C}_f)$ فوق $(\mathcal{C}_g)$ من أجل $x \neq -1$.



4) أ) $\lim_{|x| \to +\infty} h(x) = 0$ لأن: $\lim_{|x| \to +\infty} f(x) = +\infty$

$\lim_{x \to -1} h(x) = 0$ لأن: $\lim_{x \to -1} f(x) = +\infty$

ب) $h'(x) = -f'(x)\, e^{-f(x)-1}$

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$	0	$-$	
$h(x)$	0	$\nearrow$	$\frac{1}{9}$	$\searrow$	0 $\parallel$ 0	$\nearrow$	$\frac{1}{9}$	$\searrow$	0