

الفرض الأول

للفصل الأول

تمرين 1 (6نقاط)

احسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 2x} \quad \underline{.3}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{4x^2}{(2x-1)^2} \right) \quad \underline{.2}$$

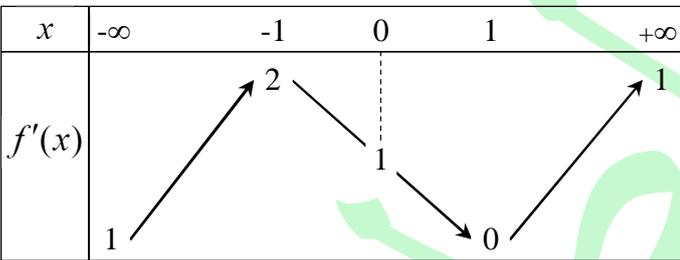
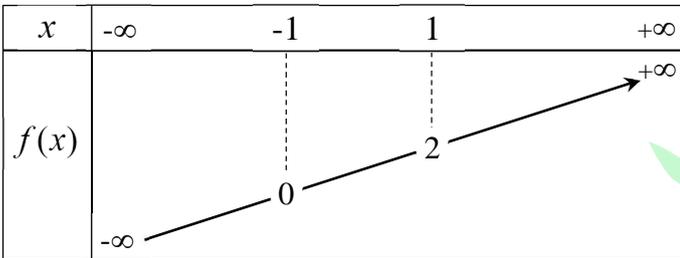
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x(x^2 - 3)}{x^2 + 2x - 1} \quad \underline{.1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2019} - 1}{x - 1} \quad \underline{.6}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2\sqrt{x^2 + 1} - x) \quad \underline{.5}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{x^2 + 2x + 1} \quad \underline{.4}$$

تمرين 2 (6نقاط)

إليك جدول تغيرات كلا من الدالة f ودالتها المشتقة f' المعرفتان وتقبلان الاشتقاق على \mathbb{R} . ليكن (\mathcal{C}) منحنى الدالة f .(1) أ) عيّن إشارة $f(x)$ على المجال $]-\infty; +\infty[$.(ب) بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-1; 1]$. استنتج إشارة $(f(x) - 1)$.(2) اكتب معادلة المماس للمنحنى (\mathcal{C}) عند $A(-1; 0)$.(3) اكتب معادلة المماس لـ (\mathcal{C}) عند $B(1; 2)$. ماذا تمثل B ؟(4) احسب: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x - 1}$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x}$.(5) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.(أ) احسب النهايتين التاليتين: $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.(ب) احسب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$ ، واحسب $g'(1)$. (ج) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R} - \{-1\}$.

تمرين 3 (8نقاط)

 f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2}$ ، و (\mathcal{C}) بيانها في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.(1) احسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$. استنتج أنّ المنحنى (\mathcal{C}) يقبل مستقيمين مقاربين.(2) بيّن أنّه من أجل كل عدد $x \neq 1$ ، $f'(x) = \frac{-4(x+1)}{(x-1)^3}$. ادرس إشارة $f'(x)$ ، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f .(3) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحنى (\mathcal{C}) عند المبدأ $O(x_0 = 0)$.(4) بيّن أنّه من أجل كل عدد $x \neq 1$ ، $f''(x) = \frac{8(x+2)}{(x-1)^4}$. استنتج أنّ المنحنى (\mathcal{C}) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.(5) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $g(x) = f(x) - 4x$ ، و (\mathcal{C}') بيانها في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.(أ) بيّن أنّ المنحنى (\mathcal{C}') يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) يطلب كتابة معادلته. ادرس الوضع النسبي لـ (\mathcal{C}') و (D) .(ب) ادرس إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R} - \{1\}$. استنتج الوضع النسبي للمنحنى (\mathcal{C}) الممثل للدالة f والمماس (Δ) .

حسب مبرهنه القيم المتوسطة فان
 $f(x) = 1$ تقبل كلا حيد α , $1 < \alpha < 2$

- $x < \alpha$ لـ $f(x) - 1 < 0$
- $x > \alpha$ لـ $f(x) - 1 > 0$
- $x = \alpha$ لـ $f(x) - 1 = 0$

$y = f'(-1)(x+1) + f(-1) = 2x + 2$ (2)

$y_e = f'(1)(x-1) + f(1) = 0 + 2 = 2$ (3)

B نقطة انعطاف $f(x)$ انعدمت دون
 تعبير اشارتها

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x} = f'(0) = 1$ (4)

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) - f'(1)}{x - 1} = f''(1) = 0$
 (انعطاف)

$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$ (P 5)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$

$g'(x) = \frac{-f'(x)}{[f(x)]^2}$ (ب)

$g'(1) = \frac{-f'(1)}{[f(1)]^2} = 0$

$g'(x) \leq 0$ و $f'(x) \geq 0$ لـ

و منة: الالة g متناقصة

على المجال $]-1, +\infty[$

"عند العطف"

تصحيح الفرض الأول للفصل 1: 2019

تمرين 1:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x(x^2-3)}{x^2+2x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x = +\infty$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 - \frac{4x^2}{(2x-1)^2} \right) = 2 - \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^2}{4x^2} = 2 - 1 = 1$ (2)

$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 6}{x^2 + 2x} = +\infty$ (3)
 (علامات: $\frac{-}{+} \rightarrow \frac{0}{+}$)

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - x - 3}{x^2 + 2x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(2x-3)}{(x+1)^2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-3}{x+1} = -\infty$ (4)

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x-3}{x+1} = -\infty$ (5)
 (علامات: $\frac{-}{+} \rightarrow \frac{-}{0^+}$)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (2\sqrt{x^2+1} - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2\sqrt{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left[2\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} - 1 \right] = +\infty$ (5)

$f'(x) = 2019x^{2018}$, $f(x) = x^{2019}$ (6)

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = 2019$

تمرين 2:

• $x < -1$ لـ $f(x) < 0$ (P 1)

• $x > -1$ لـ $f(x) > 0$

• $x = -1$ لـ $f(x) = 0$

(ب) f مستمرة و متزايدة على $[-1, 1]$

و منة $f(1) = 2 > 1$ و $f(-1) = 0 < 1$

نقطة اللفظية $A(-2; -\frac{8}{9})$: نقطة اللفظية

$y = -4x$: (D) ليكن (P) (5)

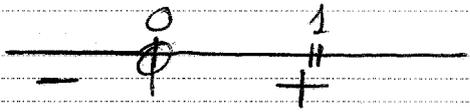
$g(x) - (-4x) = f(x)$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} (g(x) + 4x) = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

و (D) مستقيم مقارب
 "لا يزال (C')"

لدراسة الوضعية ندرس كاستارة

$g(x) - y = f(x)$



$x \in]-\infty, 0[$ (D) تحت (C')

$x \in]0, 1[\cup]1, +\infty[$ (D) فوق (C')

(C') يقطع (D) عند المبدأ (0,0)

(ب)

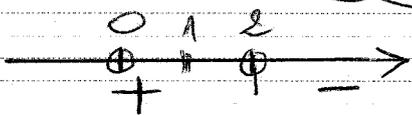
$g(x) = f(x) - 4x$

$g(x) = \frac{4x}{(x-1)^2} - 4x$

$g(x) = \frac{4x [1 - (x-1)^2]}{(x-1)^2}$

$g(x) = \frac{4x (-x^2 + 2x)}{(x-1)^2}$

$g(x) = \frac{4x^2 (-x+2)}{(x-1)^2}$



$x \in]2, +\infty[$ (D) تحت (C')

$x \in]-\infty, 0[\cup]0, 1[\cup]1, 2[$ (D) فوق (C')

(C') يقطع (D) عند (2, 8) و (0,0) و (0,0) عند (D) و (2, 8) عند (D)

"المبدأ"

تمرين 3

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x} = 0$ (1)

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x} = 0$

و (C) مستقيم مقارب $y=0$: (C)

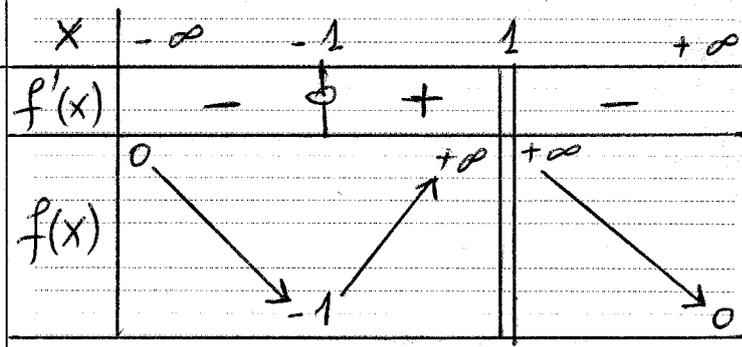
$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x}{(x-1)^2} = +\infty$

و (C) مستقيم مقارب $x=1$: (C)

$f'(x) = \frac{4(x-1)^2 - 2(x-1)(4x)}{(x-1)^4}$ (2)

$f'(x) = \frac{-4(x-1)(x+1)}{(x-1)^4} = \frac{-4(x+1)}{(x-1)^3}$

استارة : $f'(x)$



$y = f'(0)(x-0) + f(0) = 4x$ (3)

$f''(x) = -4 \left[\frac{2x(x-1)^3 - 3(x-1)^2(x+1)}{(x-1)^6} \right]$ (4)

$f''(x) = -4 \left[\frac{(x-1)^2(x-1-3x-3)}{(x-1)^6} \right]$

$f''(x) = \frac{-4(-2x+4)}{(x-1)^4} = 8 \cdot \frac{x+2}{(x-1)^4}$

استارة : $x = -2$ (D) $f''(x) = 0$