الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية" المادة: رياضيات	**الفرض الثاني للفصل الأول**	الموسم الدراسي: 2019/2020م المدة: ساعتان (2سا) إعداد: عبد المطلب

تمرين1 (09نقاط)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=-2x^3+2x^2-11x+3$.

1) احسب $g'(x)$، ثم استنتج تغيرات الدالة g.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,2<\alpha<0,3$، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II- نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على المجال $]-\infty\,;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{-x^3+3x+2}{2x^2+1}$

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 2cm)

1) أ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$، ثم بيّن أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=-\dfrac{x}{2}$.

ب) ادرس الوضع النسبي للمنحني $(\mathscr{C})$ والمستقيم (Δ) مع تحديد نقطة تقاطعهما A.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$، $f'(x)=\dfrac{(x+1)g(x)}{(2x^2+1)^2}$.

ب) ادرس إشارة $f'(x)$، ثم شكّل جدول تغيرات الدالة f.

3) أ) بيّن أنّ المماس (Δ') للمنحني $(\mathscr{C})$ عند $x_0=0$ يقطع $(\mathscr{C})$ عند النقطة A.

ب) بيّن أنّ $2f(\alpha)+1=\dfrac{17\alpha+2}{2\alpha^2+1}$، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) أ) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$، ثم ارسم المستقيمين (Δ) و(Δ')، والمنحني $(\mathscr{C})$. اعتبر $f(\alpha)\approx 2,4$.

ب) استعمل $(\mathscr{C})$ لتعيين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)+m=0$ حلا واحدا موجبا.

تمرين2 (11نقطة)

نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2+4x+6}{x^2-4}$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 1cm)

1) احسب النهايات عند حدود مجالات مجموعة تعريف الدالة f. فسّر النتائج هندسيا.

2) ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم (D) الذي معادلته $y=1$، مع تحديد نقطة تقاطعهما.

3) أ) بيّن أنّ: من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-2;2\}$، $f'(x)=-4\dfrac{(x+1)(x+4)}{(x^2-4)^2}$، ثم شكّل جدول تغيرات f.

ب) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة. ادرس الوضع النسبي لـ$(\mathscr{C})$ و(Δ).

4) أ) احسب $f(3)$ و $f(8)$، ثم ارسم المستقيمين (D) و(Δ)، والمنحني $(\mathscr{C})$.

ب) استعمل $(\mathscr{C})$ لتعيين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=-x+m$ حلا موجبا وحلين سالبين.

5) g الدالة العددية المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-2;2\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x^2-4|x|+6}{x^2-4}$.

أ) دون حساب $g'(x)$، احسب النهايتين $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\dfrac{g(x)-g(0)}{x}$ و $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}\dfrac{g(x)-g(0)}{x}$. ماذا تستنتج؟

ب) بيّن أنّ الدالة g زوجية، ثم اشرح كيفية رسم البيان $(\mathscr{C}')$ الممثل للدالة g. ارسم $(\mathscr{C}')$ في نفس المعلم بلون مغاير.

تصحيح الفرض 2 للفصل 1 : 2019م

تمرين 1 :

I 1) $g'(x) = -6x^2+4x-11$

$\Delta<0$ ومنه : $g'(x)<0$

إذن g متناقصة تماما على $\mathbb{R}$.

2) g مستمرة ومتناقصة تماما. $g(0,2)=0,9>0$ ، $g(0,3)\simeq -0,2<0$ حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $0,2<\alpha<0,3$.

إشارة $g(x)$:

		α	
	+	0	−

II 1) أ) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{-x^3}{2x^2} = \lim_{x\to-\infty} \frac{-x}{2} = +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{-x}{2} = -\infty$

$\lim_{x\to\pm\infty} (f(x)-y) = \lim_{|x|\to+\infty} \left(\frac{-x^3+3x+2}{2x^2+1} + \frac{x}{2}\right) =$

$\lim_{|x|\to+\infty} \frac{7x+4}{2(2x^2+1)} = \lim_{|x|\to+\infty} \frac{7}{4x} = 0$

ومنه (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C) .

ب) ندرس إشارة $f(x)-y$.

$f(x)-y = \frac{7x+4}{2(2x^2+1)}$ ، من إشارة $(7x+4)$.

$x>\frac{-4}{7}$: (C) فوق (Δ) .

$x<\frac{-4}{7}$: (C) تحت (Δ) .

(C) يقطع (Δ) عند : $A\left(\frac{-4}{7};\frac{+2}{7}\right)$

2) أ) $f'(x) = \frac{(-3x^2+3)(2x^2+1)-4x(-x^3+3x+2)}{(2x^2+1)^2}$

$f'(x) = \frac{-2x^4-9x^2-8x+3}{(2x^2+1)^2} = \frac{(x+1)\,g(x)}{(2x^2+1)^2}$

ب) إشارة $f'(x)$:

x	$-\infty$		-1		α		$+\infty$
$g(x)$		+		+	0	−	
$x+1$		−	0	+		+	
$f'(x)$		−		+		−	

جدول التغيرات :

x	$-\infty$		-1		α		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$f(\alpha)$	↘	$-\infty$

3) أ) $y = f'(0)(x-0)+f(0) = 3x+2$ (Δ')

تقاطع (C) و (Δ') : نحل المعادلة : $f(x)-y=0$

$f(x)-y = \frac{-x^3+3x+2}{2x^2+1} - 3x - 2 = \frac{x^2(-7x-4)}{2x^2+1}$

(Δ') يمس (C) عند $(0;2)$ ، ويقطع (C) عند النقطة $A\left(\frac{-4}{7};\frac{+2}{7}\right)$

ب) $f(\alpha) = \frac{-\alpha^3+3\alpha+2}{2\alpha^2+1}$.

لدينا : $g(\alpha)=0$ ومنه : $\alpha^3 = \frac{2\alpha^2-11\alpha+3}{2}$

نعوضها في $f(\alpha)$: $f(\alpha) = \frac{-\left(\frac{2\alpha^2-11\alpha+3}{2}\right)+3\alpha+2}{2\alpha^2+1}$

نجد : $f(\alpha) = \frac{-2\alpha^2+17\alpha+1}{2(2\alpha^2+1)}$

ومنه : $2f(\alpha)+1 = \frac{17\alpha+2}{2\alpha^2+1}$

$0,2<\alpha<0,3$ ؛ $3,4<17\alpha<5,1$

$5,4<17\alpha+2<7,1$ ، $0,04<\alpha^2<0,09$

$0,08<2\alpha^2<0,18$ ، $1,08<2\alpha^2+1<1,18$

$0,85<\frac{1}{2\alpha^2+1}<0,93$ ، $4,6<\frac{17\alpha+2}{2\alpha^2+1}<6,6$

$4,6<2f(\alpha)+1<6,6$ ومنه : $3,6<2f(\alpha)<5,6$

في الأخير : $1,8<f(\alpha)<2,8$

4) أ) لدينا : $f(-1)=0$ ومنه :

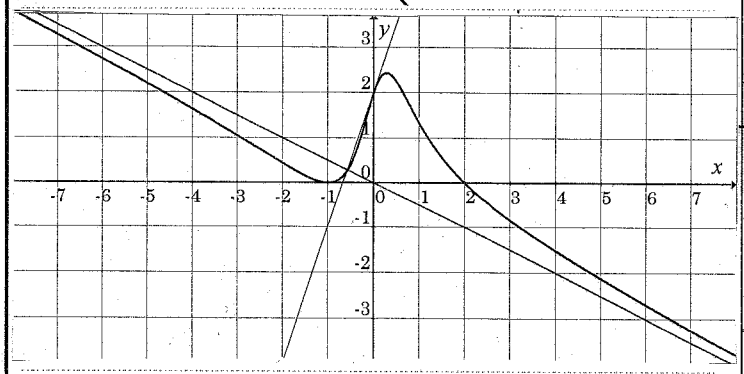
$-x^3+3x+2 = (x+1)(ax^2+bx+c)$

$-x^3+3x+2 = (x+1)(-x^2+x+2)$

$-x^3+3x+2 = (x+1)^2(-x+2)$

ومنه : $f(x)=0$ لما $x=-1$ أو $x=2$

$S=\{-1;2\}$



ب) $f(x)=-m$: حلول هذه المعادلة هي فواصل نقط تقاطع (C) مع المستقيمات الأفقية $(y=-m)$.

حلا واحدا موجبا : $-m<0$.

ومنه $m>0$

تمرين 2 :

$D_f =]-\infty,-2[\cup]-2;2[\cup]2;+\infty[$

1) أ) $\lim\limits_{|x|\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$

ج) يقبل مستقيما مقاربا معادلته: $y=1$

$-2 \quad 2$

$+ \quad - \quad +$

$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}-2} \frac{x^2+4x+6}{x^2-4} = +\infty$; $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}-2} \frac{x^2+4x+6}{x^2-4} = -\infty$

ج) يقبل مستقيما مقاربا معادلته: $x=-2$

$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}2} \frac{x^2+4x+6}{x^2-4} = -\infty$; $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}2} \frac{x^2+4x+6}{x^2-4} = +\infty$

ج) يقبل مستقيما مقاربا معادلته: $x=2$

2) $f(x)-y = \frac{x^2+4x+6}{x^2-4} - 1 = \frac{4x+10}{x^2-4}$

x	$-\infty$		$-2{,}5$		-2		2		$+\infty$
$4x+10$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
x^2-4		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	

ج) فوق (Δ) لما: $x \in]-2{,}5;-2[\cup]2;+\infty[$

ج) تحت (Δ) لما: $x \in]-\infty,-2{,}5[\cup]-2;2[$

ج) يقطع (Δ) عند: $(-2{,}5;1)$.

3) أ) $f'(x) = \frac{(2x+4)(x^2-4)-2x(x^2+4x+6)}{(x^2-4)^2} = \frac{-4x^2-20x-16}{(x^2-4)^2}$

x	$-\infty$		-4		-2		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|$	$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
$f(x)$	1	$\searrow$	$0{,}5$	$\nearrow$	$+\infty \;\|\; -\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty \;\|\; +\infty$	$\searrow$	1

ب) $y = f'(0)(x-0) + f(0) = -x - \frac{3}{2}$

$f(x)-y = \frac{x^2+4x+6}{x^2-4} + x + \frac{3}{2} = \frac{x^2(2x+5)}{2(x^2-4)}$

x	$-\infty$		$-2{,}5$		-2		0		2		$+\infty$
x^2		$+$		$+$		$+$	0	$+$		$+$	
$2x+5$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	
x^2-4		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$-$	$\|$	$+$	

ج) فوق (Δ) لما: $x \in]-2{,}5;-2[\cup]2;+\infty[$

ج) تحت (Δ) لما: $x \in]-\infty,-2{,}5[\cup]-2,0[\cup]0,2[$

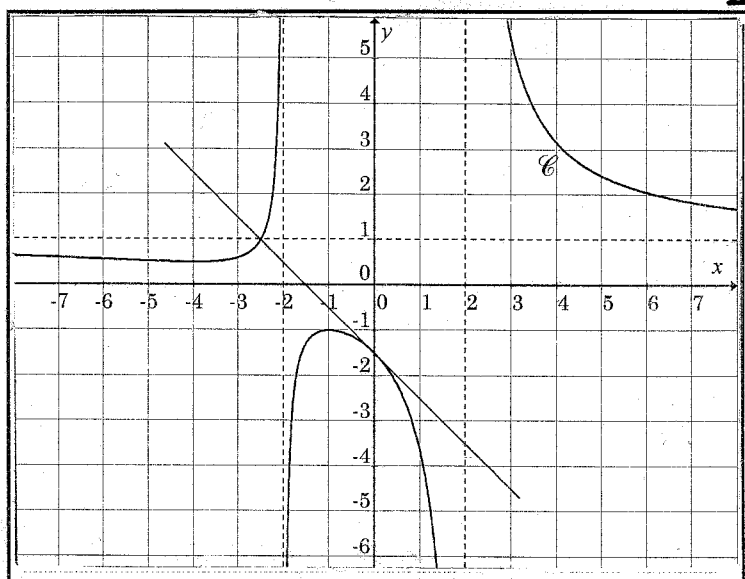
ج) يمس (Δ) عند: $(0;-\frac{3}{2})$

ج) يقطع (Δ) عند: $(-\frac{5}{2},1)$

4) أ) $f(3) = 5{,}4$ و $f(8) = 1{,}7$

ارسم: انظر إلى أعلى الورقة (يسارا)

ب) $f(x) = -x+m$ ، حلول هذه المعادلة عبارة عن فواصل نقط تقاطع (C) مع المستقيمات التي توازي (Δ).



تقبل حلا موجبا وحلين سالبين $f(x) = -x+m$

$m < -\frac{3}{2}$

5) أ) $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \frac{g(x)-g(0)}{x} = \lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \frac{\frac{x^2-4x+6}{x^2-4} + \frac{3}{2}}{x}$

$= \lim\limits_{x\overset{>}{\to}0} \frac{5x^2-8x}{2x(x^2-4)} = \lim \frac{5x-8}{2(x^2-4)} = 1$

$\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} \frac{g(x)-g(0)}{x} = \lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} \frac{\frac{x^2+4x+6}{x^2-4} + \frac{3}{2}}{x}$

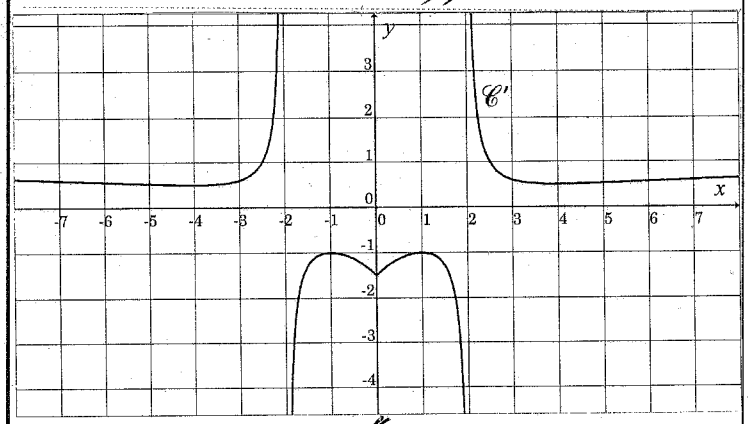
$= \lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} \frac{5x^2+8x}{2x(x^2-4)} = \lim\limits_{x\overset{<}{\to}0} \frac{5x+8}{2(x^2-4)} = -1$

$g'_g(0) \neq g'_d(0)$ ومنه g غير قابلة للاشتقاق عند 0.

ب) $g(-x) = \frac{(-x)^2-4|-x|+6}{(-x)^2-4} = \frac{x^2-4|x|+6}{x^2-4} = g(x)$

ومنه g دالة زوجية.

لما $x<0$: $g(x) = f(x)$ ومنه (C') يطابق (C) ولما $x \in]0;2[\cup]2;+\infty[$ نلاحظ المنحنى الذي على يسار محور التراتيب بالنسبة لمحور التراتيب لأن g زوجية



"عبد المطلب"