

### تمرين 1 (05 نقاط)

في معهد لتعليم اللغات، 25% من الطلبة لا يدرسون اللغة الإنجليزية، 20% من الطلبة لا يدرسون اللغة الفرنسية، و 15% من الطلبة لا يدرسون اللغتين معا. نختار منهم عشوائيا طالبا واحدا.

نسمي الحادثة A : "الطالب المختار يدرس الإنجليزية" ، والحادثة B : "الطالب المختار يدرس الفرنسية".

(1) احسب الاحتمالين التاليين:  $P(A)$  و  $P(B)$ .

(2) بيان أنّ احتمال أن يدرس الإنجليزية أو الفرنسية هو:  $P(A \cup B) = 0,85$ .

(3) بيان أنّ احتمال أن يدرس اللغتين معا هو:  $P(A \cap B) = 0,7$ . هل الحادثان A و B مستقلتان؟ علل.

(4) احسب احتمال أن لا يدرس اللغة الإنجليزية أو اللغة الفرنسية.

(5) إذا علمت أنّ الطالب يدرس الفرنسية، ما هو احتمال أن يدرس الإنجليزية؟

(6) ما هو احتمال أن لا يدرس الإنجليزية إذا علمت أنّ الطالب يدرس الفرنسية؟

### تمرين 2 (07 نقاط)

يحتوي كيس على 7 كرات بيضاء، 5 كرات سوداء، 3 كرات حمراء، وكرة واحدة خضراء.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من هذا الكيس.

نعتبر أنّ: عند سحب كرة بيضاء نسجل أربع نقاط، عند سحب كرة سوداء نسجل ثلاث نقاط، عند سحب كرة حمراء

نسجل نقطتين، ونسجل نقطة واحدة عند سحب كرة خضراء.

(1) احسب احتمال الحصول على ثلاثة نقاط.

(2) احسب احتمال الحصول على الأقل على أربع نقاط.

(3) احسب احتمال الحصول على أربع نقاط أو خمس نقاط.

(4) نعرف المتغير العشوائي  $X$  الذي يرفق بكل سحب عدد النقاط المسجلة.

عين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$ ، ثم احسب الأمل الرياضي ( $E(X)$ )

(5) لتكن الحادثتين التاليتين: A: سحب كرتين من نفس اللون، B: نسجل على الأكثر أربع نقاط.

احسب الاحتمالات التالية:  $P(A \cup B)$  ،  $P(A \cap B)$  ،  $P(A)$  و  $P(B)$ .

(في كل التمرين، تُعطى النتائج على شكل كسورة غير قابلة للاختزال)

### تمرين 3 (8 نقاط)

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على المجال  $[-2; +\infty)$  بـ  $f(x) = x + 6[\ln(x+3) - \ln(x+2)]$ .  
ليكن  $(\mathcal{C})$  تمثيلها البياني في المستوى المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) أ) يَبْيَّنْ أَنْ  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .

ب) احسب  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ ، ثم استنتج وجود مستقيمين مقاربين للمنحني  $(\mathcal{C})$ ، أحدهما  $(\Delta)$ .

مائل، يطلب كتابة معادلة لكل منهما.

ج) يَبْيَّنْ أَنْ: من أجل كل  $x$  من المجال  $[-2; +\infty)$ ،  $\frac{x+3}{x+2} > 1$ ، ثم استنتاج وضعيّة  $(\mathcal{C})$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$ .

(2) أ) يَبْيَّنْ أَنْ: من أجل كل  $x$  من المجال  $[-2; +\infty)$ ،  $f'(x) = \frac{x(x+5)}{(x+2)(x+3)}$ ، ثم شُكّل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

ب) ليكن  $(\Delta')$  المماس للمنحني  $(\mathcal{C})$  معامل توجيهه 2. اكتب معادلة المماس  $(\Delta')$ .

(3) ارسم المنحني  $(\mathcal{C})$ ، المستقيم  $(\Delta)$  والمماس  $(\Delta')$ .

(4) (4) وسيط حقيقي.  $\Delta_m$  المستقيم الذي معادلته:  $y = m(x+1) - 1 + 6\ln 2$ .

أ) يَبْيَّنْ أَنْ: من أجل كل  $m \in \mathbb{R}$  فإن  $\Delta_m$  يشمل النقطة  $A(-1; -1 + 6\ln 2)$ .

ب) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $f(x) = m(x+1) - 1 + 6\ln 2$ .

(5) (5) المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$ :  $u_n = f(n)$ . احسب بدلاً  $n$  المجموع:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ .

(سلیمان 1) و (سلیمان 1) بدلیل 5

$$P_3 = \frac{C_3^2 + C_5^1 \times C_1^1 + C_5^1 \times C_3^1 + C_7^1 \times C_1^1}{C_{16}^2} = \frac{1}{4}$$

$$X = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\} \quad (P(4)$$

$$P(X=3) = \frac{C_3^2}{C_{16}^2} = \frac{1}{40} \quad (RV)$$

$$P(X=4) = \frac{C_3^2 + C_5^1 \times C_1^1}{C_{16}^2} = \frac{1}{15} \quad (RR; NV)$$

$$P(X=5) = \frac{C_5^1 \times C_3^1 + C_7^1 \times C_1^1 - \frac{11}{60}}{C_{16}^2} \quad (NR, BV)$$

$$P(X=6) = \frac{C_5^2 + C_7^1 \times C_3^1}{C_{16}^2} = \frac{31}{120} \quad (NN, BR)$$

$$P(X=7) = \frac{C_7^1 \times C_3^1}{C_{16}^2} = \frac{7}{24} \quad (BN)$$

$$P(X=8) = \frac{C_7^2}{C_{16}^2} = \frac{7}{40} \quad (BB)$$

$X$	3	4	5	6	7	8
$P(X)$	$\frac{1}{40}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{11}{60}$	$\frac{31}{120}$	$\frac{7}{24}$	$\frac{7}{40}$

$$E(X) = 3 \times \frac{1}{40} + 4 \times \frac{1}{15} + 5 \times \frac{11}{60} + 6 \times \frac{31}{120} + 7 \times \frac{7}{24} + 8 \times \frac{7}{40}$$

$$E(X) = \frac{25}{4} = 6,25$$

$$P(A) = \frac{C_7^2 + C_5^1 + C_3^2}{C_{16}^2} = \frac{17}{60} \quad (5)$$

$$P(B) = P(X=3) + P(X=4) = \frac{11}{120}$$

$$P(ANB) = \frac{C_3^2}{C_{16}^2} = \frac{1}{40} \quad (RR)$$

$$P_1 = \frac{P(ANB)}{P(B)} = \frac{3}{11}$$

$$P(AUB) = P(A) + P(B) - P(ANB)$$

$$P(AUB) = \frac{7}{20}$$

تمرين 2: الحالات الممكنة

"الحالات الممكنة"

: 1

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,15, \quad P(\bar{B}) = 0,2, \quad P(\bar{A}) = 0,25$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,25 = 0,75 \quad (1)$$

$$P(B) = 1 - P(\bar{B}) = 1 - 0,2 = 0,8 \quad (2)$$

$$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cup \bar{B}) \quad (2)$$

$$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - 0,15 = 0,85$$

$$P(ANB) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \quad (3)$$

$$= 0,75 + 0,8 - 0,85 = 0,7$$

$$P(A) \times P(B) = 0,6 \neq P(ANB)$$

عندما يتحقق كلاً من A و B

$$P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cap \bar{B}) \quad (4)$$

$$= 0,25 + 0,2 - 0,15 = 0,3$$

$$P_B(A) = \frac{P(ANB)}{P(B)} = \frac{0,7}{0,8} = \frac{7}{8} \quad (5)$$

$$P_B(A) = 0,875$$

$$P_B(\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(B)} = \frac{P(B) - P(ANB)}{P(B)} \quad (6)$$

$$P_B(\bar{A}) = \frac{0,8 - 0,7}{0,8} = 0,125$$

$$P_B(\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(B)} = \frac{P(\bar{A}) - P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(B)} \quad (7)$$

تمرين 2

سلیمان 1: الحالات الممكنة 3 (1)

$$P_1 = \frac{C_3^1 \times C_1^1}{C_{16}^2} = \frac{1}{40}$$

سلیمان 1: الحالات الممكنة 4 (2)

سلیمان 3 (3)

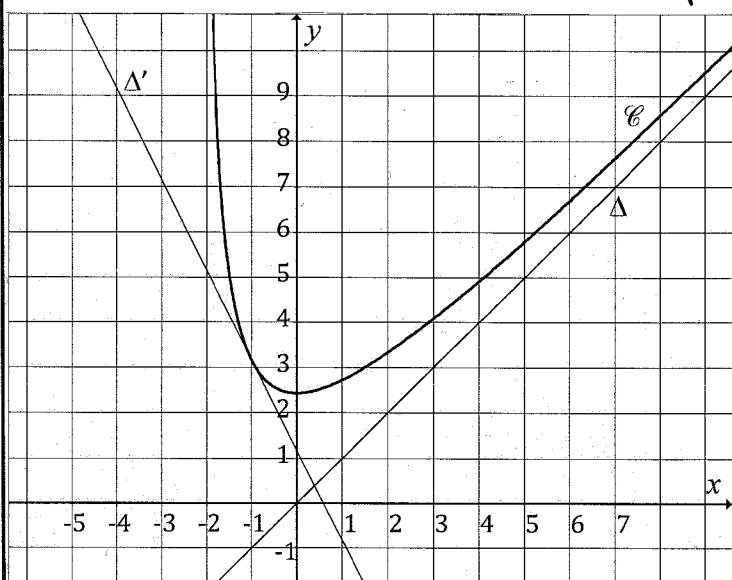
$$P_2 = 1 - P_1 = 1 - \frac{1}{40} = \frac{39}{40}$$

سلیمان 2: الحالات الممكنة 4 (3)

$$y = -2(x+1) + 6\ln 2 - 1$$

$$\boxed{y = -2x - 3 + 6\ln 2} \quad (\Delta')$$

(3)



$$m(x_0+1) - 1 + 6\ln 2 - y_0 = 0 \quad (P(4))$$

$$\begin{cases} x_0 + 1 = 0 \\ -1 + 6\ln 2 - y_0 = 0 \end{cases}$$

$$A(-1, -1 + 6\ln 2) \quad \text{نقطة تقاطع}$$

( $\Delta_m$ ) و ( $\Delta$ ) فواحدن نقطتين

لذلك:  $m \in [-2, -1] \cup [1, \infty)$   
 $(x_0 = -1)$  ينطوي على  $m = -2$   
 $(x_0 = 1)$  ينطوي على  $m \geq 1$

$$U_n = n + 6\ln\left(\frac{n+3}{n+2}\right) \quad (5)$$

$$S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$$

$$S_n = 0 + 6\ln\left(\frac{3}{2}\right) + 1 + 6\ln\left(\frac{4}{3}\right) + \dots + n +$$

$$S_n = 0 + 1 + 2 + \dots + n + 6 \left[ \ln\left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \dots \times \frac{n+3}{n+2}\right) \right]$$

$$\boxed{S_n = n \left( \frac{n+1}{2} \right) + 6 \ln\left(\frac{n+3}{2}\right)}$$

الكلمة

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ x + 6\ln\left(\frac{x+3}{x+2}\right) \right] = +\infty \quad (P(1))$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+3}{x+2} = 1 \quad (\text{لأن})$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(x+2) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad (P(2))$$

( $\Delta'$ ) لـ  $y = x$ ،  $f(x) > x$   $\forall x < -2$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 6\ln\left(\frac{x+3}{x+2}\right) = 0$$

( $\Delta$ ) لـ  $y = x$ ،  $f(x) > x$   $\forall x > 1$

$$\frac{x+3}{x+2} = 1 + \frac{1}{x+2} > 1 \quad (\Rightarrow)$$

$$(2) \quad \frac{x+3}{x+2} - 1 = \frac{1}{x+2} > 0 \quad (\text{لأن})$$

( $f(x) - x > 0$ ) لـ  $y = x$ ،  $f(x) > x$   $\forall x > 1$

$$f(x) - x = 6\ln\left(\frac{x+3}{x+2}\right) > 0$$

$$\left( \frac{x+3}{x+2} > 1 \right) \quad (\text{لأن})$$

( $\forall x > -2$ ) دواماً مفهوم ( $\Delta$ )

$$f'(x) = 1 + 6 \left( \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+2} \right) \quad (P(2))$$

$$f'(x) = 1 - \frac{6}{(x+3)(x+2)} = \frac{x(x+5)}{(x+3)(x+2)}$$

لأن  $x$  شرارة من  $f'(x)$  لـ  $y = x$

$(x+5) > 0$ ,  $(x+2) > 0$ ,  $(x+3) > 0$

$$x | -2 \quad 0 \quad +\infty$$

$$\begin{array}{c|ccc} f'(x) & - & 0 & + \\ \hline +\infty & & & +\infty \end{array}$$

$$\begin{array}{c|cc} f(x) & \nearrow & \searrow \\ \hline +\infty & & 6\ln\left(\frac{3}{2}\right) \end{array}$$

$$\frac{x^2 + 5x}{x^2 + 5x + 6} = -2 : (5) \quad f'(x_0) = -2 \quad (P(1))$$

$$3x^2 + 15x + 12 = 0$$

$$(4\text{مربع}) x_0 = -4 \quad \text{و} \quad x_0 = -1$$

$$y = f(-1)(x+1) + f(-2)$$