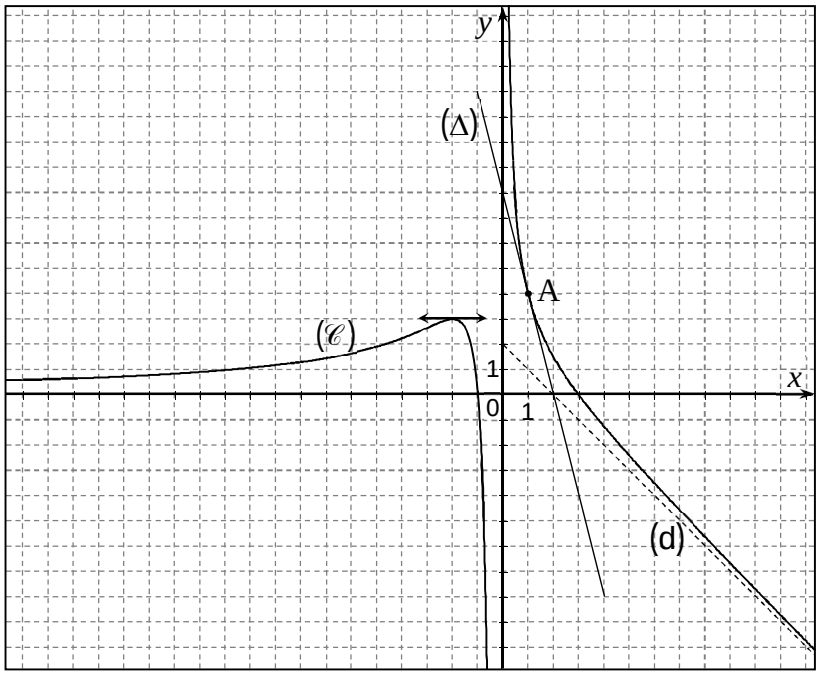
الثانوية الخاصّة: الرّجاء والتفوّق (بوزريعة) **المستوى: ثالثة ثانوي "علوم تجريبية"** **المادة: رياضيات**	**فرض** **الفصل الأول**	**الموسم الدراسي: 2022/2021م** **المدة: ساعتان (2سا)** **إعداد: عبد المطلب**

تمرين1 (5نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

	السؤال	الإجابة أ)	الإجابة ب)	الإجابة ج)
1	المنحني $(\mathscr{C})$ الممثل للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ بـ: $f(x)=x+\frac{x+2}{x-2}$ ، يقبل مستقيما مقاربا مائلا معادلته:	$y=x-1$	$y=x$	$y=x+1$
2	الدالة f معرّفة على $\mathbb{R}-\{-1,1\}$ بـ: $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$. من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1,1\}$، الدالة f :	متزايدة تماما	متناقصة تماما	غير رتيبة
3	نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{x^3-2x^2-x-2}{x^2+1}$. من أجل كل عدد حقيقي x لدينا:	$f(x)+f(-x)=-4$	$f(x)+f(-x)=4$	$f(x)+f(-x)=0$
4	$\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{x-2\sqrt{x}+1}{2(x-1)}-\frac{1}{2}\right)$ تساوي:	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
5	المعادلة: $x^4-x^3+2x^2+1=0$	تقبل حلين مختلفين في $\mathbb{R}$	لا تقبل حلولا في $\mathbb{R}$	تقبل حلا واحدا في $\mathbb{R}$

تمرين2 (5نقاط)



في الشّكل المرفق: التمثيل البياني $(\mathscr{C})$ للدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{0\}$. (d) المستقيم المقارب المائل لـ $(\mathscr{C})$ في جوار $+\infty$ ، والمستقيم الذي معادلته $y=0$ مقارب لـ $(\mathscr{C})$ في جوار $-\infty$ ، (Δ) هو المماس لـ $(\mathscr{C})$ عند النقطة $A(1;4)$.

1) عيّن: $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}f(x)$ ، ثم $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{1}{f(x)}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{f(x)}$.

2) عيّن معادلة (d) واحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)+x)$.

3) عيّن $f'(-2)$ ، ثم شكّل جدول تغيّرات f .

4) عيّن $\lim\limits_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ واكتب معادلة (Δ).

5) عيّن بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة: $f(x)+m=0$ حلا واحدا فقط موجبا.

6) g الدالة المعرّفة على $D_g=[-1;0[\cup[3;+\infty[$ بـ: $g(x)=\sqrt{-f(x)}$. ادرس اتّجاه تغيّر الدالة g على D_g .

تمرين3 (10نقاط)

f الدالة العددية المعرّفة على المجال $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-3x}{x-1}$.

ليكن $(\mathscr{C})$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. (وحدة الطول 1cm)

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. احسب $\lim\limits_{x\overset{<}{\to}1} f(x)$ و $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}1} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا.

2) بيّن أنّ المستقيم $(\mathscr{D})$ ذا المعادلة $y=x-2$ ، مستقيم مقارب مائل للمنحني $(\mathscr{C})$.

- ادرس وضعية المنحني $(\mathscr{C})$ بالنسبة للمستقيم المقارب المائل $(\mathscr{D})$.

3) بيّن أنّ: من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$ ، $f'(x)=\dfrac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}$. استنتج اتّجاه تغيّر الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.

4) عيّن نقطتي تقاطع المنحني $(\mathscr{C})$ مع حامل محور الفواصل.

5) أثبت أنّ المنحني $(\mathscr{C})$ يقبل كمركز تناظر النقطة A حيث $A(1;-1)$.

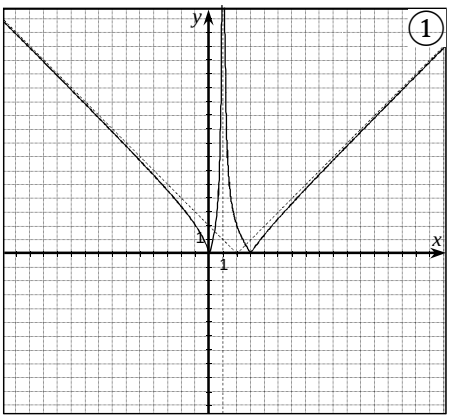
6) اكتب معادلة المماس (Δ) للمنحني $(\mathscr{C})$ عند النقطة ذات الفاصلة المعدومة.

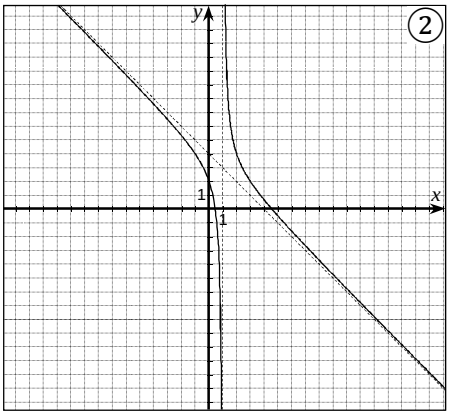
- اكتب معادلة المماس (Δ') للمنحني $(\mathscr{C})$ والذي يوازي المماس (Δ).

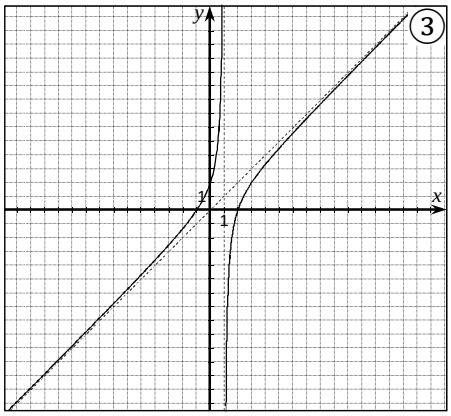
7) احسب $f(-1)$ و $f(2)$ ، ثم ارسم المماسين (Δ) و (Δ')، المستقيمين المقاربين والمنحني $(\mathscr{C})$.

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=x+m$.

9) لتكن المنحنيات ① ، ② و ③ المبيّنة أسفله، ولتكن الدوال $f+2$ ، $f-2$ و $|f|$. عيّن المنحني المناسب لكل دالة.







انتهى

تصحيح فرض الفصل الأول 2021م

تمرين 1: "عبد المطلب"

1) $\lim_{|x|\to+\infty}(f(x)-y) = \lim_{|x|\to+\infty}\left[x+\frac{x+2}{x-2}-(x+1)\right]$

$= \lim_{|x|\to+\infty}\frac{4}{x-2} = 0$

ومنه الإجابة ج) هي الصحيحة.

2) من أجل كل $x \in \mathbb{R}-\{-1;1\}$:

$f'(x) = \frac{-x^2-1}{(x^2-1)^2} < 0$

ومنه الإجابة ب) هي الصحيحة.

3) $f(x)+f(-x) =$

$\frac{x^3-2x^2-x-2}{x^2+1} + \frac{-x^3-2x^2+x-2}{x^2+1}$

$f(x)+f(-x) = \frac{-4x^2-4}{x^2+1} = -4$

ومنه الإجابة أ) هي الصحيحة.

4) $\lim_{x\to1}\left(\frac{x-2\sqrt{x}+1}{2(x-1)}-\frac{1}{2}\right) = \lim_{x\to1}\left[\frac{(\sqrt{x}-1)^2}{2(\sqrt{x}^2-1)}-\frac{1}{2}\right]$

$= \lim_{x\to1}\left(\frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}-1)}{2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}-\frac{1}{2}\right)$

$= \lim_{x\to1}\left[\frac{\sqrt{x}-1}{2(\sqrt{x}+1)}-\frac{1}{2}\right] = -\frac{1}{2}$

ومنه الإجابة أ) هي الصحيحة.

يمكن استعمال تعريف العدد المشتق أو توحيد المقامات ثم عبارة المرافق...

5) نضع $f(x) = x^4-x^3+2x^2+1$ $(x\in\mathbb{R})$

$f'(x) = x(4x^2-3x+4)$

لدينا: $4x^2-3x+4>0$ لأن $\Delta<0$ و $4>0$

إشارة $f'(x)$ من إشارة x: $\xrightarrow{-\ \ 0\ \ +}$

$f(0)=1$ ، القيمة الحدية الصغرى هي 1 ومنه $f(x)>0$. الإجابة ب) هي الصحيحة.

تمرين 2:

1) $\lim_{x\to-\infty}f(x)=0$; $\lim_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$

$\lim_{x\overset{<}{\to}0}f(x)=-\infty$; $\lim_{x\overset{>}{\to}0}f(x)=+\infty$

$\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{f(x)}=+\infty$; $\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{f(x)}=0$

2) $(d): y=-x+2$

$\lim_{x\to+\infty}[f(x)-(-x+2)] = \lim_{x\to+\infty}[f(x)+x-2]=0$

ومنه: $\lim_{x\to+\infty}(f(x)+x)=2$

3) $f'(-2)=0$ (مماس يوازي Ox)

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	0	↗	3	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$-\infty$

4) $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} = f'(1)$

(Δ) يشمل $(1;4)$ و $(2;0)$

$f'(1) = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-0}{1-2} = -4$

$y = -4(x-1)+f(1) = -4x+8$

5) $f(x)=-m$ تقبل حلا موجبا:

$-m>3$ ومنه: $m<-3$

6) $g'(x) = \frac{-f'(x)}{2\sqrt{-f(x)}}$

إشارة $g'(x)$ عكس إشارة $f'(x)$ ؛

ومنه: بما أن f متناقصة تماما على $[-1;0[\cup[3;+\infty[$

فإن g متزايدة تماما على هذا المجال.

تمرين 3:

1) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x\to-\infty} x = -\infty$

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} x = +\infty$

$\lim_{x\overset{<}{\to}1} f(x) = +\infty \quad \begin{cases} \lim_{x\to1}(x^2-3x) = -2 \\ \lim_{x\overset{<}{\to}1}(x-1) = 0^- \end{cases}$

$\lim_{x\overset{>}{\to}1} f(x) = -\infty \quad \begin{array}{ccc} - & 1 & + \end{array}$

$\lim_{x\to1} f(x) = \infty$ (مستقيم مقارب: $x=1$)

2) $\lim_{|x|\to+\infty}(f(x)-y) = \lim_{|x|\to+\infty} \frac{x^2-3x}{x-1} - (x-2)$

$= \lim_{|x|\to+\infty} \frac{-2}{x-1} = 0$

وضعية (C) بالنسبة لـ (D):

ندرس اشارة $f(x)-y = \frac{-2}{x-1}$

$\begin{array}{ccc} + & 1 & - \end{array}$

لما $x<1$: $f(x)-y>0$ ومنه (C) فوق (D)

ولما $x>1$: $f(x)-y<0$ ومنه (C) تحت (D).

3) $f'(x) = \frac{(2x-3)(x-1)-1(x^2-3x)}{(x-1)^2}$

$f'(x) = \frac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}$

$f'(x)=0$ لما $x^2-2x+3=0$ $(\Delta<0)$

ومنه $f'(x)>0$ من أجل كل $x\neq1$.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	$+\infty$

4) $f(x)=0$: $(0;0)$ و $(3;0)$

5) من أجل كل $x\neq1$ لدينا $2-x\neq1$

$f(2(1)-x)+f(x) = \frac{x^2-x-2}{-x+1} + \frac{x^2-3x}{x-1}$

$f(2-x)+f(x) = \frac{-2x+2}{x-1} = -2 = 2(-1)$

6) $y_1 = f'(0)(x-0)+f(0) = 3x$ (Δ)

(Δ') يوازي (Δ): $f'(x_0)=3$

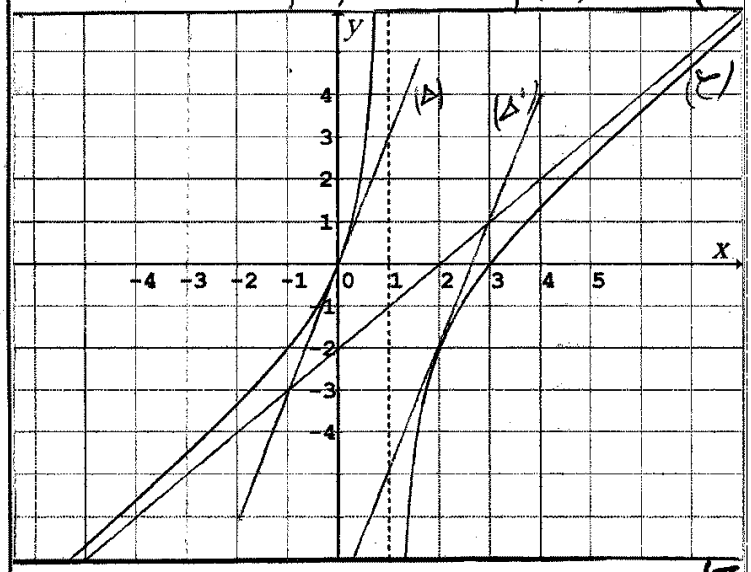
$\frac{x_0^2-2x_0+3}{(x_0-1)^2} = 3$

$x_0^2-2x_0+3 = 3(x_0-1)^2$

$2x_0^2-4x_0=0$ ، أي $x_0=0$ أو $x_0=2$

$y_2 = f'(2)(x-2)+f(2) = 3x-8$ (Δ')

7) $f(-1)=-2$ ؛ $f(2)=-2$



8) $m\in]-\infty;-2[\cup]0;+\infty[$: حل واحد موجب

$m\in]-2;0[$: حل واحد سالب

$m=-2$: لا يوجد حلول

$m=0$: حل واحد معدوم

9) المنحنى ① يمثل الدالة $|f|$. (موجبة)

المنحنى ③ يمثل $(f+2)$. (انسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{0}{2}$)

المنحنى ② يمثل $(-f-2)$. (تناظر بالنسبة لـ xOx ثم انسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{0}{2}$)

عبد المطلب